

# **Intelligente Brücke – Zuverlässigkeits- basierte Bewertung von Brückenbauwerken unter Berücksichtigung von Inspektions- und Überwachungsergebnissen**

**Berichte der  
Bundesanstalt für Straßenwesen**

**Brücken- und Ingenieurbau Heft B 99**

**bast**

# **Intelligente Brücke – Zuverlässigkeits- basierte Bewertung von Brückenbauwerken unter Berücksichtigung von Inspektions- und Überwachungsergebnissen**

von

Johannes Fischer  
Daniel Straub

Fachgebiet Risikoanalyse und Zuverlässigkeit  
Technische Universität München

Ronald Schneider  
Sebastian Thöns  
Werner Rücker

Fachbereich 7.2 Ingenieurbau  
BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung  
Berlin

Die Bundesanstalt für Straßenwesen veröffentlicht ihre Arbeits- und Forschungsergebnisse in der Schriftenreihe **Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen**. Die Reihe besteht aus folgenden Unterreihen:

A - Allgemeines  
B - Brücken- und Ingenieurbau  
F - Fahrzeugtechnik  
M - Mensch und Sicherheit  
S - Straßenbau  
V - Verkehrstechnik

Es wird darauf hingewiesen, dass die unter dem Namen der Verfasser veröffentlichten Berichte nicht in jedem Fall die Ansicht des Herausgebers wiedergeben.

Nachdruck und photomechanische Wiedergabe, auch auszugsweise, nur mit Genehmigung der Bundesanstalt für Straßenwesen, Stabsstelle Presse und Öffentlichkeitsarbeit.

Die Hefte der Schriftenreihe **Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen** können direkt bei der Carl Schünemann Verlag GmbH, Zweite Schlachtpforte 7, D-28195 Bremen, Telefon: (04 21) 3 69 03 - 53, bezogen werden.

Über die Forschungsergebnisse und ihre Veröffentlichungen wird in der Regel in Kurzform im Informationsdienst **Forschung kompakt** berichtet. Dieser Dienst wird kostenlos angeboten; Interessenten wenden sich bitte an die Bundesanstalt für Straßenwesen, Stabsstelle Presse und Öffentlichkeitsarbeit.

Ab dem Jahrgang 2003 stehen die **Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen (BAST)** zum Teil als kostenfreier Download im elektronischen BAST-Archiv ELBA zur Verfügung.  
<http://bast.opus.hbz-nrw.de>

#### **Impressum**

**Bericht zum Forschungsprojekt FE 15.0508/2011/KRB:**  
Intelligente Bauwerke – Zuverlässigkeitsbasierte Bewertung von Brückenbauwerken unter Berücksichtigung von Inspektions- und Überwachungsergebnissen

**Fachbetreuung**  
Tabea Neumann

**Herausgeber**  
Bundesanstalt für Straßenwesen  
Brüderstraße 53, D-51427 Bergisch Gladbach  
Telefon: (0 22 04) 43 - 0  
Telefax: (0 22 04) 43 - 674

**Redaktion**  
Stabsstelle Presse und Öffentlichkeitsarbeit

**Druck und Verlag**  
Fachverlag NW in der  
Carl Schünemann Verlag GmbH  
Zweite Schlachtpforte 7, D-28195 Bremen  
Telefon: (04 21) 3 69 03 - 53  
Telefax: (04 21) 3 69 03 - 48  
[www.schuenemann-verlag.de](http://www.schuenemann-verlag.de)

ISSN 0943-9293  
ISBN 978-3-95606-078-6

Bergisch Gladbach, April 2014

## **Kontakt**

### **Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung Fachbereich 7.2 Ingenieurbau**

Unter den Eichen 87  
12205 Berlin  
[www.bam.de](http://www.bam.de)

Sebastian Thöns  
Telefon: +49 30 8104-3477  
Telefax: +49 30 8104-1727  
E-Mail: [sebastian.thoens@bam.de](mailto:sebastian.thoens@bam.de)

Ronald Schneider  
Telefon: +49 30 8104-4372  
Telefax: +49 30 8104-1727  
E-Mail: [ronald.schneider@bam.de](mailto:ronald.schneider@bam.de)

### **Technische Universität München Fachgebiet Risikoanalyse und Zuverlässigkeit**

Theresienstraße 90, Gebäude N6  
80333 München  
[www.era.bv.tum.de](http://www.era.bv.tum.de)

Daniel Straub  
Telefon: +49 89 289-23051  
Telefax: +49 89 289-23046  
E-Mail: [straub@tum.de](mailto:straub@tum.de)

Johannes Fischer  
Telefon: +49 89 289-23049  
Telefax: +49 89 289-23046  
E-Mail: [johannes.fischer@tum.de](mailto:johannes.fischer@tum.de)



## Zusammenfassung – Abstract

### Zuverlässigkeitsbasierte Bewertung von Brückenbauwerken unter Berücksichtigung von Inspektions- und Überwachungsergebnissen

Der vorliegende Bericht beschreibt Konzepte für eine intelligente Brücke auf der Grundlage einer zuverlässigkeitsbasierten Zustandsbewertung unter Berücksichtigung von Bauwerksinformationen, welche aus Prüfungen, Inspektionen und Überwachung gewonnen werden.

Das Brückensystem wird durch ein Modell beschrieben, welches den zentralen Teil des Konzeptes darstellt. Das Modell wird in Schädigungsmodelle und ein Tragwerkssystem-Modell unterteilt. Dieses Modell wird a-priori durch die Eingangsdaten (welche etwa die Geometrie, die Materialien und die Verwendung der Brücke beschreiben) charakterisiert. Aus diesen ergeben sich dann auch die Ausgangsmodelle. Um die signifikanten Streuungen und Unsicherheiten adäquat abzubilden, sind diese Modelle probabilistisch.

Das Modell liefert eine sich kontinuierlich ändernde probabilistische Zustandsbewertung. Die Zustandsbewertung gibt eine Aussage über den Zustand und die Zuverlässigkeit des Brückensystems und seiner Bauteile, und dient als Grundlage für die Planung und die Optimierung von Maßnahmen.

Die Berücksichtigung von Resultaten aus Inspektionen, Prüfungen und Überwachungen erfolgt durch eine Aktualisierung der Modellparameter. Die Aktualisierung beruht auf der Methode der Bayes'schen Aktualisierung und wird auf der Grundlage der entwickelten Klassifizierung der Bauwerksinformationen mit entsprechenden Methoden durchgeführt. Dieses Vorgehen erlaubt es, alle Informationen in konsistenter Weise in ein einziges Modell einfließen zu lassen. Dabei wird die Genauigkeit und Aussagekraft der gewonnenen Daten und Beobachtungen explizit berücksichtigt.

Durch die Aktualisierung der Modellparameter unter Berücksichtigung von Systemeffekten wird die Zustandsbewertung der Bauteile und des Brückensystems aktualisiert. Das ermöglicht die Planung und

die Optimierung von Maßnahmen unter Berücksichtigung der Bauwerksinformationen. Auf diese Weise wird die intelligente Brücke mit Inspektionen und Überwachungen zu einem adaptiven System, welches sich Veränderungen anpassen kann.

### Reliability-based assessment of bridges under consideration of inspection and monitoring data

This report describes concepts for an intelligent bridge on the basis of a reliability-based condition assessment utilizing inspection and monitoring data.

The central part of the concept is a model describing the bridge system. The overall bridge model is comprised of deterioration models and a mechanical system model of the structure. The model is a-priori characterized by the input data (such as the geometry, the materials, and the utilization of the bridge). Significant uncertainties in the deterioration modeling as well as the load conditions motivate a probabilistic modeling.

The model enables a continuously updated probabilistic condition assessment. It provides information about the condition and the reliability of the bridge system and its components and serves as a basis for the planning and the optimization of maintenance actions.

Inspection, measurement, and monitoring information are included by updating the model parameters. Bayesian updating is utilized for the updating of the model parameters and is performed on the basis of the developed classification of structural information and the corresponding procedures. These methodologies allow to consistently incorporate all available information into the model and the prediction. Thereby, the precision and the validity of the data and observations are explicitly accounted for.

The condition assessment of the bridge system and its components is updated by updating the model parameters, and maintenance actions can be planned and optimized taking into account all available information in a rational and consistent manner. In this way, the intelligent bridge with inspections, measurements, and monitoring information becomes an adaptive system that has the ability to adjust to changes.



## Inhalt

|   |           |  |  |    |
|---|-----------|--|--|----|
| <b>Zusammenfassung – Abstract</b>   | <b>V</b>  | 3.5  | Verschiedene Ansätze in der Literatur  | 21 |
| <b>1 Einleitung</b>   | <b>1</b>  | 3.6  | Modell zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit von Brückenbauwerken   | 25 |
| 1.1 Aktueller Stand   | 1         | 3.6.1  | Systemzuverlässigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit  | 25 |
| 1.2 Ziel und Konzept  | 1         | 3.6.2  | Systemzuverlässigkeit in einem Schädigungszustand  | 26 |
| <b>2 Probabilistische Modellierung von Schädigungsmechanismen</b>                       | <b>2</b>  | <b>4 Klassifizierung von Inspektions- und Überwachungsverfahren</b>                        | <b>27</b>  |    |
| 2.1 Definition der Schädigung   | 2         | 4.1  | Überwachungsmaßnahme, Inspektion und Bauwerksprüfung   | 27 |
| 2.2 Physikalische Schädigungsmodelle  | 3         | 4.1.1  | Inspektion   | 27 |
| 2.3 Empirische Schädigungsmodelle   | 4         | 4.1.2  | Bauwerksprüfung  | 28 |
| 2.4 Stochastische Modellierung  | 4         | 4.1.3  | Überwachungsmaßnahme   | 28 |
| 2.4.1 Deterministische Schädigungsmodelle   | 4         | 4.2  | Klassifizierung gemäß ZFPBau-Kompendium der BAM  | 28 |
| 2.4.2 Stochastische Schädigungsmodelle  | 4         | 4.3  | Vorgeschlagene Klassifizierung   | 29 |
| 2.5 Methoden zur Evaluierung der Schädigungswahrscheinlichkeit                          | 8         | 4.3.1  | Beispiel 1: Dehnungsmessungen an Hot-Spots mit Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung von ermüdungswirksamen Spannungs-Zeit-Verläufen | 29 |
| 2.5.1 First-Order- und Second-Order Reliability Method (FORM/SORM)                      | 9         | 4.3.2  | Beispiel 2: Konzentrationsmessung von Chloridionen über die gesamte Betonüberdeckung   | 30 |
| 2.5.2 Simulations- und Sampling-Methoden  | 10        | <b>5 Modellierung von Inspektions- und Überwachungsverfahren</b>                           | <b>30</b>  |    |
| <b>3 Modelle zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit</b>                               | <b>11</b> | 5.1  | Probability of Detection   | 31 |
| 3.1 Einleitung  | 11        | 5.2  | Probability of False Alarm   | 31 |
| 3.2 Versagensursachen und Versagensmechanismen von Brückenbauwerken                     | 12        | 5.3  | Messfehler   | 31 |
| 3.3 Logische Systeme  | 13        | <b>6 Adaption der Schädigungsmodelle mittels Resultaten von Überwachung und Inspektion</b> | <b>33</b>  |    |
| 3.3.1 Grundlagen  | 13        | 6.1  | Methoden zur Aktualisierung der Schädigungs- und Bauwerksmodelle   | 33 |
| 3.3.2 Darstellung logischer Systeme   | 13        | 6.2  | Aktualisierung der Schädigungswahrscheinlichkeit   | 34 |
| 3.3.3 Versagenswahrscheinlichkeit von Systemen mit statistisch unabhängigen Komponenten | 13        | 6.2.1  | Direkte Aktualisierung der Modellparameter   | 35 |
| 3.3.4 Versagenswahrscheinlichkeiten von Systemen mit statistisch abhängigen Komponenten | 15        | 6.2.2  | Aktualisierung der Schädigungswahrscheinlichkeit   | 36 |
| 3.3.5 Fehlerbäume   | 18        | 6.2.3  | Aktualisierung der Modelle mittels gewonnener Daten  | 37 |
| 3.4 Zuverlässigkeit von Tragwerken  | 18        | 6.2.4  | Aktualisierung empirischer Modelle   | 37 |
| 3.4.1 Das Tragwerk als Seriensystem von Bauteilen                                       | 18        |  |  |    |
| 3.4.2 Das Tragwerk als Seriensystem von kinematischen Kollapsmechanismen                | 19        |  |  |    |
| 3.4.3 Berechnung von Seriensystemen mittels FORM  | 20        |  |  |    |

|          |  |          |  |
|----------|--|----------|--|
| 6.2.5    | Räumlich verteilte Schädigungen<br>37  | 8.6.7    | Aktualisierung mittels Kombina-<br>tion der beschriebenen Inspekti-<br>onsmethoden ..... 57                                  |
| 6.3      | Beispiel Korrosionswahrscheinlichkeit 38   | 8.6.8    | Einfluss der Korrelationslängen<br>59  |
| 6.3.1    | Räumliche Aktualisierung ..... 38  | 8.6.9    | Prognose der Schädigungsent-<br>wicklung..... 62   |
| 6.3.2    | Aktualisierung anhand Überde-<br>ckungsmessung..... 38   | 8.7      | Bewertung der Verfahren ..... 62   |
| 6.3.3    | Aktualisierung anhand der Chlo-<br>ridprofile ..... 39   | 8.7.1    | Messung der Betonüberdeckung<br>62   |
| 6.3.4    | Aktualisierung anhand Potential-<br>feldmessung ..... 39   | 8.7.2    | Konzentrations- und Potential-<br>feldmessung ..... 63   |
| <b>7</b> | <b>Adaption der Systemzuverlässigkeit 39</b>   | 8.7.3    | Korrosionssensorik..... 63   |
| 7.1      | Adaption der Systemzuverlässigkeit im<br>Grenzzustand der Tragfähigkeit ..... 40                     | 8.7.4    | Résumé ..... 63  |
| 7.1.1    | Binäre Schädigungszustände. 40   | 8.8      | Bestimmung und Adaption der System-<br>zuverlässigkeit ..... 63  |
| 7.1.2    | Kontinuierliche Schädigungszu-<br>stände ..... 41  | 8.8.1    | Grundlage..... 63  |
| <b>8</b> | <b>Fallstudie A: Betonbrücke 44</b>  | 8.8.2    | Tragwerkswiderstand ..... 63   |
| 8.1      | Problembeschreibung ..... 45   | 8.8.3    | Tragwerkseinwirkung ..... 65   |
| 8.1.1    | Bewehrungskorrosion..... 45  | 8.8.4    | Zuverlässigkeitsuntersuchung 66  |
| 8.1.2    | Spannungsrisskorrosion ..... 45  | 8.8.5    | Schädigungsmodell für den Kor-<br>rosionsfortschritt..... 67   |
| 8.2      | Zielsetzungen ..... 45   | 8.8.6    | Berechnung der Versagenswahr-<br>scheinlichkeit ..... 68   |
| 8.3      | Objektbeschreibung ..... 46  | 8.8.7    | Fazit der Zuverlässigkeitsberech-<br>nung ..... 68   |
| 8.4      | Modellierung des Schädigungsmecha-<br>nismus der Bewehrungskorrosion ..... 46                        | <b>9</b> | <b>Fallstudie B: Stahlbrücke 69</b>  |
| 8.4.1    | Das Phänomen ..... 46  | 9.1      | Problembeschreibung ..... 69   |
| 8.4.2    | Das Schädigungsmodell..... 47  | 9.2      | Zielsetzungen..... 69  |
| 8.4.3    | Definition der Schädigungsereig-<br>nisse ..... 47   | 9.3      | Modellierung des Schädigungsmecha-<br>nismus Ermüdung..... 70  |
| 8.5      | Inspektions- und Überwachungsverfah-<br>ren ..... 48   | 9.3.1    | Schädigungsmodell ..... 70   |
| 8.5.1    | Angewandte Inspektions- und<br>Überwachungsverfahren ..... 48  | 9.3.2    | Modellierung der ermüdungswirk-<br>samen Hot-Spot-Spannungen 70  |
| 8.5.2    | Modellierung der Inspektions-<br>bzw. Überwachungsmethoden49   | 9.3.3    | Unsicherheiten im Schädigungs-<br>modell..... 71   |
| 8.6      | Schädigungsprognose für die Beweh-<br>rungskorrosion..... 49   | 9.3.4    | Definition des Schädigungsereig-<br>nisses ..... 72  |
| 8.6.1    | Räumliche Modellierung ..... 49  | 9.4      | Klassifizierung und Modellierung der In-<br>spektions- und Überwachungsverfahren<br>..... 72                                 |
| 8.6.2    | Schädigungsprognose für die Be-<br>wehrungskorrosion ohne Inspek-<br>tionen und Überwachung ..... 50 | 9.4.1    | Visuelle Inspektion zur Ortung<br>von Ermüdungsrissen ..... 73   |
| 8.6.3    | Aktualisierung mittels Messung<br>der Betonüberdeckung ..... 50                                      | 9.4.2    | Alternating Current Field Measu-<br>rement zur Ortung und Vermes-<br>sung von Oberflächenrissen in<br>Schweißnähten ..... 73 |
| 8.6.4    | Aktualisierung mittels Messung<br>der Chloridkonzentration ..... 51                                  | 9.4.3    | Dehnungsmessungen an Hot-<br>Spots mit Dehnungsmessstreifen  |
| 8.6.5    | Aktualisierung mittels Potential-<br>feldmessung ..... 53  |          |  |
| 8.6.6    | Aktualisierung mittels Korrosions-<br>sensorik ..... 55  |          |  |

|       |  |    |                  |   |           |
|-------|--|----|------------------|---|-----------|
|       | zur Bestimmung von ermüdungs-<br>wirksamen Spannungs-Zeit-Ver-<br>läufen.....  | 74 |                  |   |           |
| 9.5   | Schädigungsprognose und Adaption der<br>Schädigungsmodelle.....  | 76 |                  |   |           |
| 9.5.1 | Beispieldefinition .....   | 76 |                  |   |           |
| 9.5.2 | Prognose der Schädigungswahr-<br>scheinlichkeit .....  | 77 |                  |   |           |
| 9.5.3 | Aktualisierung mittels des In-<br>spektionsergebnisses „Ortung ei-<br>nes Risses durch visuelle Inspek-<br>tion“ .....     | 78 |                  |   |           |
| 9.5.4 | Aktualisierung mittels des In-<br>spektionsergebnisses „keine Or-<br>tung eines Risses durch visuelle<br>Inspektion“ ..... | 78 |                  |   |           |
| 9.5.5 | Aktualisierung mittels des In-<br>spektionsergebnisses „Ortung ei-<br>nes Risses durch ACFM-Inspek-<br>tion“ .....         | 79 |                  |   |           |
| 9.5.6 | Aktualisierung mittels des In-<br>spektionsergebnisses „keine Or-<br>tung eines Risses durch ACFM-<br>Inspektion“ .....    | 80 |                  |   |           |
|       |  |    | 9.5.7            | Aktualisierung mittels des In-<br>spektionsergebnisses „Ortung<br>und Vermessung eines Risses<br>durch ACFM-Inspektion“ ..... | 81        |
|       |  |    | 9.5.8            | Aktualisierung mittels Überwa-<br>chungsergebnissen .....   | 83        |
|       |  |    | 9.6              | Berechnung und Adaption der Systemzu-<br>verlässigkeit .....  | 87        |
|       |  |    | 9.6.1            | Systemzuverlässigkeit im Grenz-<br>zustand Ermüdung .....   | 87        |
|       |  |    | 9.6.2            | Systemzuverlässigkeit im Grenz-<br>zustand der Tragfähigkeit .....  | 89        |
|       |  |    | 9.7              | Möglichkeiten zur Planung und Optimie-<br>rung von Maßnahmen.....   | 92        |
|       |  |    | <b>10</b>        | <b>Zusammenfassung und Schlussfolgerungen</b>   | <b>92</b> |
|       |  |    | <b>11</b>        | <b>Weiterer Forschungsbedarf</b>  | <b>93</b> |
|       |  |    | <b>Literatur</b> |   | <b>94</b> |



# 1 Einleitung

Das Portfolio an Brückenbauwerken, welches als Teil der Verkehrsinfrastruktur eine herausragende gesamtwirtschaftliche Bedeutung einnimmt, wird zunehmend älter, ohne dass die verfügbaren Mittel für den damit verbundenen Unterhalt zunehmen. Eine umfassende Instandhaltungsplanung unter Berücksichtigung individueller Randbedingungen sowie ökonomischer Gesichtspunkte und Nachhaltigkeit ist deshalb eine zentrale Aufgabe des Brückenmanagements. Eine wesentliche Grundlage dafür stellt die zuverlässigkeitsbasierte Zustandsbewertung dar.

## 1.1 Aktueller Stand

Derzeit angewandte Zustandsbewertungsverfahren für Bauwerke lassen sich nach der Richtlinie für die „Zustandsbewertung von existierenden Bauwerken“ (Rücker, Hille et al., 2005; Rücker, Hille et al., 2006) methodisch in sechs Ebenen klassifizieren. Der methodisch umfassendste und am besten fundierte Ansatz der probabilistischen Zustandsbewertung (höchste Ebene der Richtlinie für die „Zustandsbewertung von existierenden Bauwerken“) auf der Grundlage der Tragwerkszuverlässigkeitstheorie wurde vom Joint Committee on Structural Safety in Verbindung mit dem Probabilistic Model Code entwickelt (JCSS, 2001; JCSS, 2006). Dieser Ansatz ermöglicht eine konsistente Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeit insbesondere unter Heranziehung von Inspektionsdaten. Die Methoden der Tragwerkszuverlässigkeitstheorie bilden nicht zuletzt durch die Einführung der DIN EN 1990 (2002) die Grundlage für den Entwurf und somit auch für die Zustandsbewertung von Bauwerken.

Die Verwendung von Inspektions- und Überwachungsdaten in der Bewertung und Zuverlässigkeitsanalyse von Tragwerken ist ein aktuelles Forschungsthema in vielen Ingenieurdisziplinen (Bauingenieurwesen: z.B. Liu et al. (2010), Straub (2009); Luft- und Raumfahrttechnik: z.B. Enright et al. (2006). Konzepte für die Verwendung von Überwachungsdaten in der Tragwerkszuverlässigkeitstheorie sind etwa in der Dissertation von Thöns entwickelt worden (Thöns, 2011). Diese Konzepte ermöglichen eine konsistente Bestimmung der Tragwerkszuverlässigkeit unter Berücksichtigung der Unsicherheiten des Überwachungsprozesses durch die Messunsicherheiten.

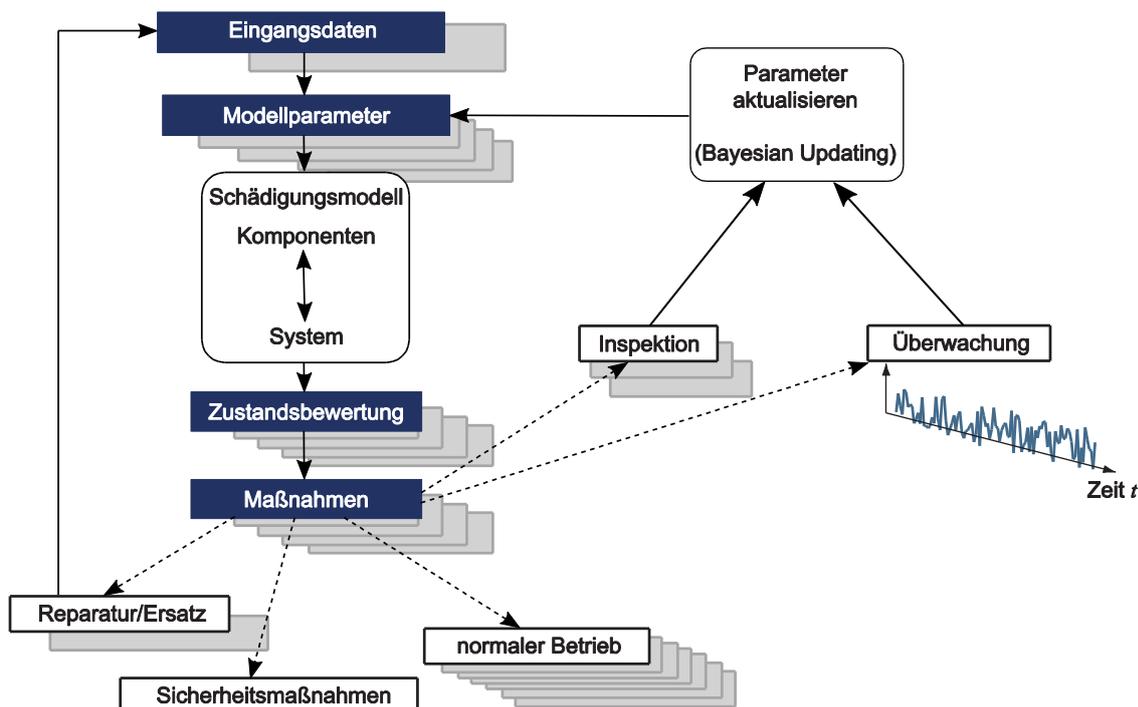
## 1.2 Ziel und Konzept

Das Ziel des aktuellen Forschungsvorhabens (FE 15.0508/2011/KRB: Intelligente Bauwerke – Zuverlässigkeitsbasierte Bewertung von Brückenbauwerken unter Berücksichtigung von Inspektions- und Überwachungsergebnissen) ist es, die vorhandenen Konzepte und Verfahren zur Verwendung von Inspektions- und Überwachungsdaten in der Bewertung und Zuverlässigkeitsanalyse von Tragwerken auf die Problematik der Schädigung von Brückenbauwerken anzupassen und – wo nötig – weiterzuentwickeln.

Das allgemeine Konzept, welchem dieses Forschungsvorhaben folgt, ist in Bild 1.1 dargestellt: Das Brückensystem wird durch ein Modell beschrieben, welches, wie in Bild 1.1 dargestellt, den zentralen Teil des Konzepts darstellt. Dieses Modell wird a-priori durch die Eingangsdaten (welche etwa die Geometrien, Materialien, Verwendung der Brücke beschreiben) charakterisiert. Aus diesen ergeben sich die Anfangswerte der Modellparameter.

Das Modell selbst kann in einzelne Schädigungsmodelle und ein Tragwerkssystem-Modell unterteilt werden. Diese werden jeweils separat in den Abschnitten 2 und 3 dieses Berichtes behandelt. Aufgrund der hohen Unsicherheiten in diesen Modellen wird eine probabilistische Modellierung notwendig. (Es wird darauf hingewiesen, dass Inspektionen und Überwachungen nur dann Sinn machen, wenn Unsicherheiten bestehen. Daher wäre eine deterministische Modellierung für die intelligente Brücke nicht zielführend.)

Das Modell liefert eine Bewertung, welche als Grundlage für die Planung von Maßnahmen dienen soll. Diese Bewertung, welche eine Aussage über den Zustand und die Zuverlässigkeit des Brückensystems und seiner Bauteile geben soll, ändert sich kontinuierlich mit der Zeit. Die daraus folgenden Maßnahmen sind entweder Reparaturmaßnahmen oder – im Falle einer sehr negativen Bewertung – auch kurzfristige Maßnahmen wie Sperrungen oder andere Sicherheitsmaßnahmen. In vielen Fällen kann die optimale Maßnahme aber auch die Beschaffung zusätzlicher Informationen sein. Dann werden Inspektionen durchgeführt.



**Bild 1.1:** Konzept für die probabilistische Zustandsbewertung einer intelligenten Brücke unter Einbezug von Inspektions- und Überwachungsergebnissen.

Die Verwendung von Resultaten aus Inspektionen und Überwachungen erfolgt durch eine Aktualisierung der Modellparameter. Dies geschieht in der Regel mittels eines Bayes'schen Updates. Dieses Verfahren, welches im Detail in Abschnitt 6 ab Seite 33 beschrieben ist, erlaubt es, alle Informationen in konsistenter Weise in ein einziges Modell einfließen zu lassen. Dabei wird die Genauigkeit und Aussagekraft der gewonnenen Daten und Beobachtungen explizit mit berücksichtigt.

Durch die Aktualisierung der Modellparameter wird somit auch die Bewertung der Brücke aktualisiert, wodurch wiederum entsprechende Maßnahmen geplant werden können – nun bedingt auf die Beobachtungen. Auf diese Weise wird die intelligente Brücke mit Inspektionen und Überwachungen zu einem adaptiven System, welches sich Veränderungen anpassen kann.

## 2 Probabilistische Modellierung von Schädigungsmechanismen

Dieser Abschnitt erläutert zuerst die allgemeine Schädigungsmodellierung. Anschließend wird auf den Umgang mit Unsicherheiten in diesen Modellen

(d.h. die probabilistische Modellierung derselben) eingegangen und deren Notwendigkeit aufgezeigt.

In einem weiteren Schritt werden die Berechnung der Schädigungswahrscheinlichkeit und die dazu verwendeten Methoden aufgezeigt und erläutert.

### 2.1 Definition der Schädigung

In der Regel unterliegen Bauwerke während ihrer Nutzungsdauer einer Vielfalt verschiedener Schädigungsmechanismen. Unter einem Schädigungsprozess versteht man physikalische, chemische oder mechanische Prozesse, welche den Zustand eines Bauwerks verschlechtern und damit – ohne Gegenmaßnahmen – auch dessen Lebensdauer verkürzen.

Typische Schädigungsprozesse im Brückenbau, die zu Schäden und Mängeln im Sinne der RI-EBW-PRÜF (Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Stadtentwicklung, 2007b) führen können, sind beispielsweise:

- Karbonatisierung des Betons
- Chlorideindringung in den Beton
- Bewehrungskorrosion
- Spannungsrissschädigung
- Ermüdung von Stahlbetonbrücken

- Frost-Tausalz Angriff
- Alkali-Kieselsäure-Reaktion
- Defizite der Konstruktion
- Konstruktionsteile und Brückenausstattung, etc.

Diese Schädigungsprozesse sind beispielsweise in der RI-EBW-PRÜF (Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Stadtentwicklung, 2007b) aufgelistet, und, soweit Modelle vorhanden sind, in Zilch et al. (2011) beschrieben.

## 2.2 Physikalische Schädigungsmodelle

In der Regel werden die Schädigungen  $M$  mithilfe mathematischer Modelle beschrieben, welche den Schädigungsfortschritt als Funktion von Modellparametern  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  ausgeben.

Dabei beschreiben die Modellparameter  $\mathbf{x}$  jeweils

- die äußeren Bedingungen, wie z.B. Wetter, Belastung, Chloridbeaufschlagung etc.,
- die inneren Bedingungen, wie z.B. Materialfestigkeiten, Diffusionswiderstände etc.,
- die funktionalen mathematischen, physikalischen und chemischen Modellzusammenhänge,
- die geometrischen Randbedingungen, wie z.B. die Risttiefe/-länge, Betonüberdeckung oder die Eintragungtiefe von Chloridionen in den Beton.

Unter den genannten Aspekten wird die Schädigung  $M$  dann als Funktion der Parameter  $\mathbf{x}$  und der Zeit  $t$  geschrieben als  $M = M(\mathbf{x}, t)$ .

Dieses allgemeine Konzept wird nachfolgend am Beispiel der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion dargestellt. Bei diesem Schädigungsprozess wird die Konzentration  $C(z, t)$  der Chloridionen in der Tiefe  $z$  zum Zeitpunkt  $t$  als „Schädigung“ angesehen.

Der mathematische und funktionale Zusammenhang zwischen den Parametern  $\mathbf{x}$  kann mithilfe des zweiten Fick’schen Gesetzes beschrieben werden (Gehlen, 2000; Malioka, 2008; Lentz, 2001). Dieses ist durch eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung gegeben und wird als

$$\frac{dC(z, t)}{dt} = D \cdot \frac{\partial^2 C(z, t)}{\partial z^2} \tag{2.1}$$

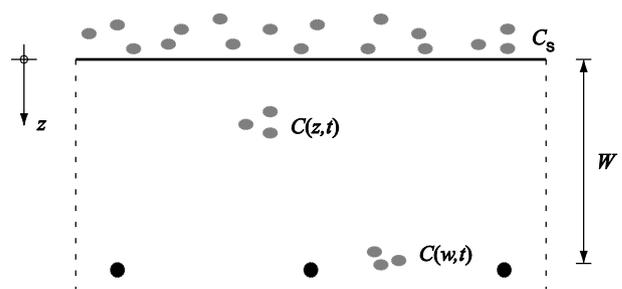
<sup>1</sup> Die Fehlerfunktion ist definiert als  $\text{erf}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-\tau^2) d\tau$ , siehe z.B. Råde et al. (2000). Der Zusammenhang zwischen dem

hingeschrieben. Dabei stellt  $C(z, t)$  die Konzentration der Chloridionen in der Tiefe  $z$  zum Zeitpunkt  $t$  dar und ist exemplarisch in Bild 2.1 dargestellt. Die Variable  $D$  wird als Diffusionskonstante bzw. Diffusionskoeffizient bezeichnet und ist in der Differentialgleichung (2.1) als zeitlich konstant angenommen.

Die Konzentration  $C(z, t)$  der Chloridionen in der Tiefe  $z$  zum Zeitpunkt  $t$  wird aus der Lösung der Differentialgleichung bestimmt. Unter Zuhilfenahme der Randbedingungen  $C(z, t = 0) = 0$  und  $C(z = 0, t) = C_S$  ergibt sich die Lösung der Differentialgleichung unter Annahme eines konstanten Diffusionskoeffizienten  $D$  zu

$$C(z, t) = C_S \cdot \left[ 1 - \text{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{Dt}}\right) \right], \tag{2.2}$$

wobei  $\text{erf}(\dots)$  die Gauß’sche Fehler- bzw. Errorfunktion<sup>1</sup> darstellt.



**Bild 2.1:** Die Oberflächenkonzentration  $C_S$ , die Chloridkonzentration  $C(z, t)$  in der Tiefe  $z$  und die Konzentration  $C(w, t)$  auf Bewehrungsniveau  $z = w$ , jeweils gemessen von der Betonoberfläche.

Mit dem in Gleichung (2.2) beschriebenen Zusammenhang kann damit die Konzentration an jeder beliebigen Tiefe  $z$  zu jedem beliebigen Zeitpunkt  $t$  berechnet werden; Voraussetzung hierfür ist die Kenntnis der Variablen  $C_S$  und  $D$ . Auf analoge Weise kann dies für jedes beliebige, vorhandene Schädigungsmodell  $M(\mathbf{x}, t)$  geschehen.

In einem europäischen Projekt wurde unter anderem die Bestimmung der Diffusionskonstante  $D$  untersucht (Gehlen, 2000). Da diese in Realität nicht zeitkonstant und von weiteren Faktoren abhängig ist, wurde ihre Zeitabhängigkeit in Funktion der verschiedenen Randbedingungen ermittelt. Insbesondere spielen Umweltbedingungen und Nachbehandlung des Betons eine entscheidende Rolle. Die Diffusionskonstante  $D(t)$  ergibt sich zu

Integral der Standardnormalverteilung,  $\Phi(x)$ , und der Fehlerfunktion ist gegeben als  $\Phi(x) = 0,5 \cdot \left( 1 + \text{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \right)$ .

$$D(t) = K_e K_t K_c D_0 \cdot \left(\frac{t_0}{t}\right)^A, \quad (2.3)$$

wobei die Faktoren  $K_e$  und  $K_c$  die Umwelteinflüsse und die Nachbehandlung des Betons, und  $K_t$  die Korrektur des im Labor ermittelten Diffusionskoeffizienten zur Realität beschreiben. Die Konstante  $D_0$  ist der im Labor zum Referenzzeitpunkt  $t_0$  gemessene Diffusionskoeffizient und  $A$  repräsentiert den Alterungsexponenten (Gehlen, 2000).

### 2.3 Empirische Schädigungsmodelle

Eine weitere Möglichkeit, Schädigungsvorgänge zu beschreiben, stellen die empirischen Modelle dar.

Ein Beispiel ist die Schädigungsklassifizierung gemäß RI-EBW-PRÜF (Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung, 2007). In der RI-EBW-PRÜF werden für die typischen Schädigungsmechanismen einer Brücke jeweils verschiedene Schädigungsniveaus  $SN_i$  definiert. Anhand dieser Schädigungsniveaus wird dem jeweiligen Bauteil eine Bewertung hinsichtlich Standsicherheit, Verkehrssicherheit und Dauerhaftigkeit gegeben, anhand derer wiederum die Gesamtbewertung des Bauwerks stattfinden kann (Haardt, 1999).

Hierbei ist zu erwähnen, dass es sich bei der RI-EBW-PRÜF nur bedingt um ein empirisches Schädigungsmodell handelt. Durch die physikalische Berechnung einer Schädigung wird diese mithilfe der empirischen Bewertung klassifiziert und bewertet; Schädigungen werden damit nicht direkt berechnet.

Beispielsweise werden für die Bewertung der Dauerhaftigkeit im Fall der Bewehrungskorrosion durch Chlorideintrag drei Schädigungsniveaus  $SN_i$  vergeben. Sind die Chloridionen bis zu einem Drittel der Betondeckung  $W$  vorgedrungen, wird das Bauteil mit Schädigungsniveau  $SN1$  bewertet. Befindet sich die Front der Chloridionen im Bereich zwischen einem und zwei Dritteln der Betonüberdeckung  $W$ , ist Schädigungsniveau  $SN2$  erreicht. Dringt die Chloridfront weiter vor, wird mit  $SN3$  bewertet.

Für die Abrüstung des Bewehrungsquerschnitts können für die Bewertung der Standsicherheit vier Kategorien vergeben werden. Für die jeweilige abgerostete Querschnittsfläche von 0,5, 2, 10 und 20 % werden die Bewertungen  $SN1$  bis  $SN4$  vergeben.

Rein empirische Modelle für Schädigungsvorgänge, deren Beschreibung mithilfe eines physikalischen Modells bislang nicht zugänglich gemacht werden

konnte, können durch Expertenwissen und große Datensammlungen generiert werden. Die Auswertung der Datensätze und des Wissens der Experten kann dann aufgrund statistischer Methoden erfolgen, woraus sich anschließend Verteilungen mit den charakteristischen Merkmalen (insbesondere Mittelwert und Standardabweichung) zur Beschreibung des empirischen Modells entwickeln lassen.

## 2.4 Stochastische Modellierung

### 2.4.1 Deterministische Schädigungsmodelle

Für den Fall, dass sämtliche Variablen eines Schädigungsmodells deterministisch und bekannt sind, lässt sich mithilfe der Schädigungsmodelle der exakte Degradationsfortschritt bestimmen und beispielsweise gemäß Gleichung (2.2) quantifizieren.

Deterministische Modelle stellen bei der Schädigungsmodellierung oft eine zu grobe Vereinfachung dar, da in der Regel weder die Belastung bzw. Einwirkung noch das Verhalten des Bauteils oder Bauwerks exakt (deterministisch) bekannt sind. Daher müssen in der Regel stochastische Schädigungsmodelle verwendet werden. Diese basieren oftmals auf einem deterministischen Modell, welches den Zusammenhang zwischen den einzelnen Modellparameter repräsentiert, wie dies nachfolgend ausgeführt ist.

### 2.4.2 Stochastische Schädigungsmodelle

Wie zuvor angesprochen, können in der Regel weder die Schädigungen  $M(\mathbf{x}, t)$  bzw. die Einwirkungen  $S(\mathbf{x}, t)$ , noch die Bauteilwiderstände  $R(\mathbf{x}, t)$  exakt bzw. deterministisch ermittelt werden; gemäß RI-EBW-PRÜF sind lediglich die Grenzen von einem zum nächsthöheren Schädigungsniveau als deterministische Werte angegeben. Vielmehr unterliegen die genannten Parameter gewissen zufälligen Streuungen und müssen deswegen durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $f_X(\mathbf{x})$  beschrieben werden.

Wahrscheinlichkeitsverteilungen, für eine kontinuierliche Zufallsvariable  $f_X(x)$  bzw. für eine diskret verteilte Zufallsvariable  $p_X(x_i)$ , beschreiben die Wahrscheinlichkeit, mit der eine Zufallsgröße  $X$  mit einem Wert  $X = x$  bzw.  $X = x_i$  realisiert wird.

Im Fall einer diskret realisierbaren Zufallsgröße  $X$  ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung nicht kontinuierlich, sondern nur an diskreten Stellen mit einem Wert belegt. Hier beschreibt die Verteilung  $p_X(x_i)$

die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsgröße  $X$  ihre Realisierung  $X = x_i$  findet.

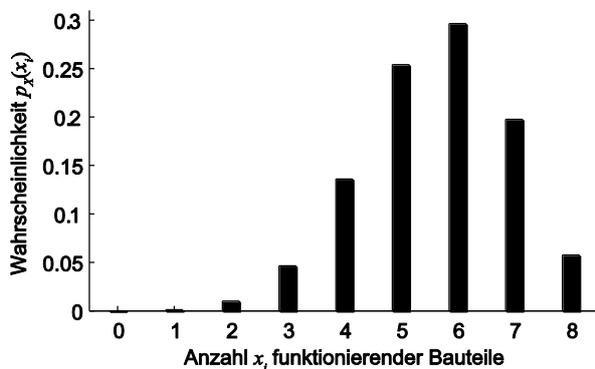
Ein Beispiel für eine diskret verteilte Zufallsvariable ist durch die Binomial-Verteilung gegeben. Diese beschreibt die Wahrscheinlichkeit, bei insgesamt  $n$  Versuchen genau  $X = x_i$  Treffer zu erzielen, wobei  $p = \text{konst.}$  die Wahrscheinlichkeit eines einzelnen Treffers beschreibt. Ihre Verteilung ist gegeben als

$$\Pr(X = x_i) = p_X(x_i) = B(n, x_i) \cdot p^{x_i} \cdot (1 - p)^{n-x_i}, \quad (2.4)$$

wobei  $B(n, x_i)$  den Binomialkoeffizienten repräsentiert, welcher definiert ist als

$$B(n, x_i) = \binom{n}{x_i} = \frac{n!}{(n - x_i)! \cdot x_i!}. \quad (2.5)$$

Ein Beispiel für eine Binomialverteilung für 8 mögliche Bauteile, bei der ein einzelnes mit jeweils  $p = 0,7$  nicht versagen würde, ist in Bild 2.2 dargestellt. Dieses zeigt jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass insgesamt  $x_i$  der acht Bauteile nicht versagen.



**Bild 2.2:** Binomialverteilung  $p_X(x_i)$  mit den Parametern  $p = 0,7$  und  $n = 8$  für die Anzahl  $x_i$  nicht versagter Bauteile.

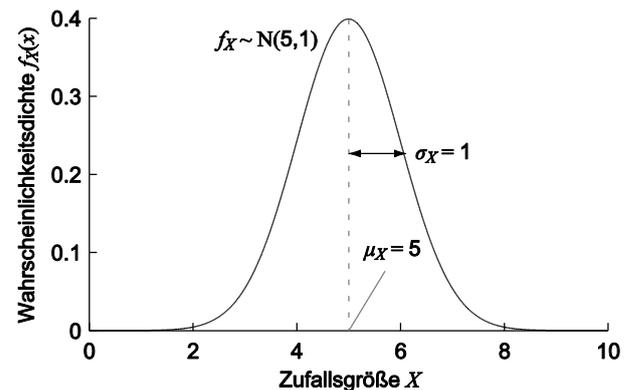
Im kontinuierlichen Fall ist die Wahrscheinlichkeit, dass  $X = x$  ist, zu Null gegeben. Hier kann nur die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, dass  $X$  in einem Intervall  $[a \leq X \leq b]$  realisiert wird; dennoch ist der Wert  $f_X(x)$  ein Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Realisierung  $X = x$ .

Die Wahrscheinlichkeit, dass die kontinuierlich verteilte Zufallsgröße  $X$  im Intervall  $[x; x + dx]$  realisiert wird, ist mit  $f_X(x) \cdot dx$  gegeben.

Eine wichtige kontinuierliche Verteilung ist beispielsweise durch die Normalverteilung gegeben. Ihre Verteilungsdichte  $f_X(x)$  schreibt sich hin als

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-0,5 \cdot \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right), \quad (2.6)$$

wobei  $\mu_X$  den Mittelwert und  $\sigma_X$  die Standardabweichung der Zufallsgröße  $X$  darstellen. Bild 2.3 zeigt ein Beispiel für eine Normalverteilung mit Mittelwert  $\mu_X = 5$  und Standardabweichung  $\sigma_X = 1$ .



**Bild 2.3:** Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_X(x)$  einer normalverteilten Zufallsgröße  $X$  mit Mittelwert  $\mu_X = 5$  und Standardabweichung  $\sigma_X = 1$ .

Für mehrere Parameter  $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$  kann auf die gleiche Art und Weise eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_X(\mathbf{x})$  definiert werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Parameter  $\mathbf{X}$  im Intervall  $[\mathbf{x} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{x} + d\mathbf{x}]$  realisiert werden, ergibt sich zu

$$\Pr(\mathbf{x} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{x} + d\mathbf{x}) = f_X(\mathbf{x}) dx_1 dx_2 \dots dx_n. \quad (2.7)$$

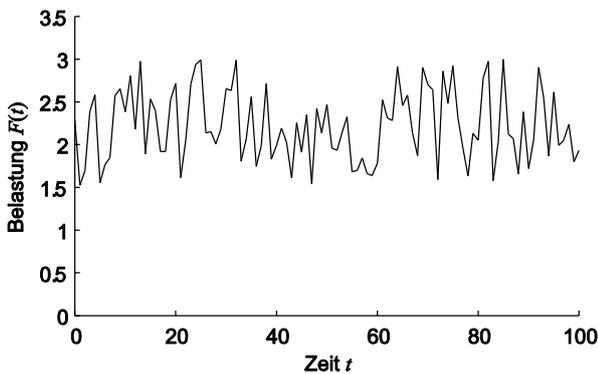
Für den Fall, dass die Variablen  $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$  untereinander statistisch unabhängig sind, kann die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_X(\mathbf{x})$  aus dem Produkt der jeweiligen Wahrscheinlichkeitsdichten  $f_{X_i}(x_i)$  der einzelnen Zufallsvariablen  $X_i$  gewonnen werden und man schreibt

$$f_X(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i). \quad (2.8)$$

Sind die einzelnen Zufallsgrößen  $X_i$  hingegen untereinander statistisch abhängig, muss die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte durch Umwandlung des Satzes der Bedingten Wahrscheinlichkeit gefunden werden. Man ermittelt schließlich

$$f_X(\mathbf{x}) = f(x_n | x_{n-1}, \dots, x_1) f(x_{n-1} | x_{n-2}, \dots, x_1) \times f(x_{n-2} | x_{n-3}, \dots, x_1) \dots f(x_2 | x_1) f(x_1). \quad (2.9)$$

In manchen Fällen ist es notwendig, einzelne Parameter der Schädigungsfunktion  $M(X, t)$  als stochastische Prozesse zu modellieren (Bild 2.4). Dies gilt im Bauwesen insbesondere für diejenigen Belastungen, welche über die Zeit starken Schwankungen unterworfen sind, wie z.B. die Verkehrsbelastung einer Brücke oder die Konzentration von Chloridionen an der Betonoberfläche. Der stochastische Prozess ist beschrieben durch eine Reihe von Realisierungen der Zufallsvariablen  $X(t)$ , wobei  $t$  jeden Wert auf der Zeitachse annehmen kann. Im Falle eines zeitdiskreten Prozesses, handelt es sich dabei um bestimmte Zeitpunkte  $t_1, t_2, \dots$ , und entsprechend eine diskrete Anzahl von Zufallsvariablen; im Falle eines zeitkontinuierlichen Prozesses um eine unendliche Anzahl Zufallsvariablen. Die Abhängigkeit zwischen den  $X(t)$  zu verschiedenen Zeitpunkten wird durch die Korrelationsfunktion beschrieben.



**Bild 2.4:** Eine Realisierung der Belastung  $F(t)$  mit Mittelwert  $\mu_F = 2,0$  und Standardabweichung  $\sigma_F = 0,5$  über die Zeit  $t$  als stochastischer Prozess.

Die Behandlung von stochastischen Prozessen zur Berechnung der Schädigungswahrscheinlichkeit ist häufig aufwändig. Oft ist aber die Verwendung von Zufallsgrößen anstatt stochastischer Prozesse ausreichend. Ein Beispiel für die Verwendung einer Zufallsvariable anstelle eines stochastischen Prozesses ist bei der Ermüdung von Stahlbauten durch die Schädigung  $D$  aufgrund einer Spannungsschwingbreite  $\Delta S$  gegeben. Diese bestimmt sich zu

$$D = C \cdot \sum_{i=1}^n \Delta S_i^m, \quad (2.10)$$

wobei  $C$  und  $m$  Konstanten und  $n$  die Anzahl der jeweiligen Spannungszyklen sind (Straub, 2004). Um vereinfacht mit einer Zufallsvariablen  $\Delta S$  rechnen und damit den erwarteten Schaden ermitteln zu können, kann Gleichung (2.10) umformuliert werden zu

$$D = n \cdot C \cdot \Delta S_E^m. \quad (2.11)$$

Hierbei muss beachtet werden, dass sich  $\Delta S_E^m$  zu

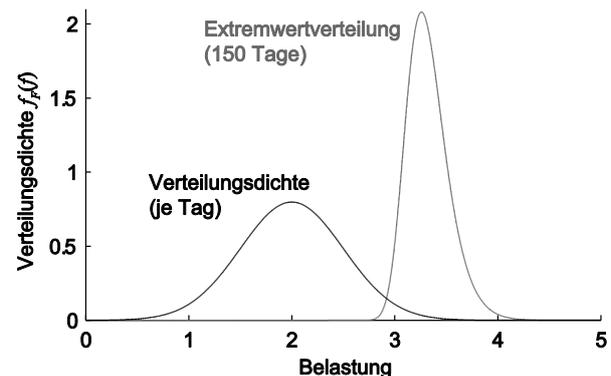
$$\Delta S_E^m = E[\Delta S^m] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \Delta S_i^m \cdot n_i \quad (2.12)$$

bestimmt, wobei  $E[\dots]$  als Erwartungswertoperator bezeichnet wird,  $n_i$  die Anzahl der Spannungszyklen mit Spannungsschwingbreite  $\Delta S_i$  und  $k$  die Anzahl der unterschiedlichen Spannungsschwingbreiten  $\Delta S_i$  repräsentieren. Es gilt  $n = \sum_{i=1}^k n_i$ .

Ein weiteres Beispiel für die Verwendung von Zufallsvariablen anstelle von stochastischen Prozessen ergibt sich, wenn die maximale Einwirkung in einer bestimmten Zeitperiode von Interesse ist. Diese wird durch Extremwertverteilungen beschrieben (z.B. Melchers, 2001). Für das Maximum  $Y = \max(X(t))$  eines stochastischen Prozesses  $X(t)$ , bei dem die Amplituden voneinander statistisch unabhängig seien, findet man die Extremwertverteilung zu

$$f_Y(y) = 1 - (1 - F_X(y))^n, \quad (2.13)$$

wobei  $n$  die Anzahl der Perioden beschreibt, in der der Prozess wirkt, und  $F_X(x)$  die Verteilungsfunktion der Variablen  $X(t)$  darstellt (Straub, 2010a).



**Bild 2.5:** Verteilungsdichte und Extremwertverteilungsdichte der Belastung aus Bild 2.4 in einem Bezugszeitraum von 150 Tagen.

Ein Beispiel für eine Extremwertverteilung ist in Bild 2.5 dargestellt. Hier wurde der in Bild 2.4 dargestellte und mit der Verteilungsdichte  $f_F(f)$  beschriebene Verlauf der Belastung  $F(t)$  in einem Bezugszeitraum von 150 Tagen betrachtet und die Verteilungsdichte für die maximale Belastung bestimmt.

Die maximale Belastung  $F_{\max}$  während dieses Zeitraums ist dann durch eine Extremwertverteilung ge-

mäß Gleichung (2.13) beschrieben. Weitere Extremwertverteilungen (Gumbel-, Fréchet-, Weibull-Verteilung etc.) sind z.B. in Straub (2010a) zu finden.

Es lässt sich feststellen, dass es in vielen Fällen für die Berechnung der Zuverlässigkeit ausreicht, anstelle der stochastischen Prozesse Zufallsvariablen zu betrachten. Für die Aktualisierung mittels Überwachungsresultaten ist diese Näherung hingegen in vielen Fällen nicht ausreichend.

**Markov Ketten**

Ein mathematisch einfach zu behandelndes Modell eines stochastischen Prozesses stellt die sogenannte Markov-Kette dar (Isaacson & Madsen, 1976). Aus diesem Grund wird diese oft angewandt. Durch sie ist es möglich, den zukünftigen Zustand eines Bauteils auf vereinfachende Weise zu prognostizieren und dessen Wahrscheinlichkeit mithilfe von Beobachtungen zu aktualisieren. Es ist aber bei jeder Anwendung zu klären, inwiefern die Vereinfachungen der Markov-Kette auf den untersuchten Prozess zutreffen.

Die Grundannahme bei Markov-Ketten ist, dass der jeweilige Zustand eines Bauteils nur von dessen Zustand im vorherigen Zeitschritt abhängig ist, alle davor liegenden Erkenntnisse gehen in die Bewertung nicht ein. Sei  $X_t$  der Zustand zum Zeitpunkt  $t$ . Die Markov'sche Annahme besagt, dass

$$\Pr(X_t = x_t | \{X_{t-1} = x_{t-1}\}, \dots, \{X_1 = x_1\}) = \Pr(X_t = x_t | X_{t-1} = x_{t-1}). \tag{2.14}$$

Mithilfe von Bayes'schen Netzen können die kausalen Zusammenhänge zwischen zwei oder mehreren Variablen durch Pfeile dargestellt werden. Im Fall der Markov-Kette gestaltet sich das Bayes'sche Netz gemäß Bild 2.6.



**Bild 2.6:** Das Bayes'sche Netz mit den kausalen Zusammenhängen zwischen den Zuständen  $X(i)$  für eine Markov-Kette.

In der RI-EBW-PRÜF (2007) werden Schäden an Brücken mithilfe diskreter Schädigungsniveaus<sup>2</sup>  $SNi$  definiert. Angewandt auf eine Schädigungsmodellierung mittels vier unterschiedlicher Schadensniveaus lässt sich damit die Wahrscheinlichkeit eines Schädigungsniveaus  $SNi$  im Zeitschritt  $t$  formulieren als

$$\Pr(SNi_t) = \sum_{k=1}^4 \Pr(SNi_t | SNk_{t-1}) \Pr(SNk_{t-1}) = \sum_{k=1}^4 \pi_{ik,(t-1)} p_{k,(t-1)}. \tag{2.15}$$

Definiert man einen Vektor  $\mathbf{p}_t$ , welcher die Wahrscheinlichkeiten der verschiedenen Schädigungsniveaus<sup>3</sup>  $SNi$  im Zeitschritt  $t$  enthält, zu

$$\mathbf{p}_t = \begin{bmatrix} \Pr(SN1_t) \\ \Pr(SN2_t) \\ \Pr(SN3_t) \\ \Pr(SN4_t) \end{bmatrix}, \tag{2.16}$$

kann Gleichung (2.15) in Matrixschreibweise als

$$\mathbf{p}_t = \boldsymbol{\pi}_{t-1} \mathbf{p}_{t-1} \tag{2.17}$$

geschrieben werden. Dabei enthält die quadratische Matrix  $\boldsymbol{\pi}_{t-1}$  die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten  $\Pr(SNi_t | SNk_{t-1})$ , ausschließlich bedingt auf den vorigen Zustand  $SNk_{t-1}$ .

Da es nicht möglich ist, im nachfolgenden Zeitschritt ein niedrigeres Schädigungsniveau als im Zeitschritt zuvor zu erreichen, ist  $\Pr(SNi_t | SNk_{t-1}) = 0$  für alle  $k > i$ . Eine weitere, sinnvolle Annahme wäre, dass ein Bauteil im Zustand  $SNi$  während eines Zeitschritts höchstens ins nächsthöhere Schädigungsniveau  $SN(i + 1)$  fallen kann. Man findet

$$\boldsymbol{\pi}_{t-1} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{21} & \pi_{22} & 0 & 0 \\ 0 & \pi_{32} & \pi_{33} & 0 \\ 0 & 0 & \pi_{43} & \pi_{44} \end{bmatrix}_{t-1}. \tag{2.18}$$

<sup>2</sup> Zur Berechnung mittels Markov-Ketten ist die Definition von sich gegenseitig ausschließender Ereignisse notwendig, in diesem Fall Schädigungsniveaus  $SNi$ . Die Definitionen der Schädigungsniveaus sind nicht eindeutig als sich ausschließende Ereignisse definiert. Am Beispiel der Chloridkorrosion: Tiefe der Korrosionsfront bis  $1/3W$  ergibt  $D = 1$ , Tiefe der Korrosionsfront bis  $2/3W$  ergibt  $D = 2$  (siehe Schadensbeispielkatalog zu RI-EBW-PRÜF, 2007). Daher ist wichtig, die Schädigungsniveaus für die Modellierung als sich gegenseitig ausschließende und je

den gesamten Ereignisraum ausschöpfende Ereignisse zu definieren.

<sup>3</sup> Die Einführung eines weiteren Schädigungsniveaus  $SN5$  könnte in Erwägung gezogen werden. Mithilfe dieses Zustands kann der Versagenszustand des Bauteils beschrieben werden und damit die Wahrscheinlichkeit eines solchen Versagens berechnet werden.

Die Wahrscheinlichkeiten  $\pi_{11}, \pi_{21}, \pi_{22}, \pi_{32}, \pi_{33}, \pi_{43}$  und  $\pi_{44}$  lassen sich durch statistische Auswertung der gesammelten Daten ermitteln.

Unterschieden werden stationäre und instationäre Markov-Ketten. Dabei ist der Unterschied, dass die Übergangsmatrizen  $\pi_t$  bei stationären Markov-Ketten in jedem Zeitschritt dieselbe ist und damit

$$\pi_t = \pi = \text{konst. } \forall t, \tag{2.19}$$

was für instationäre Markov-Ketten nicht der Fall ist. Dementsprechend ist die Datenauswertung im Fall der stationären Markov-Ketten mit deutlich weniger Aufwand zu bewerkstelligen.

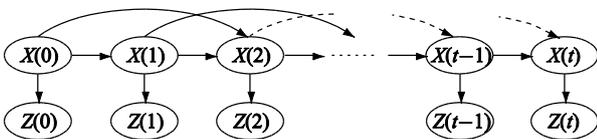
Für die stationäre Markov-Kette kann damit der Zustand im  $t$ -ten Zeitschritt sehr einfach durch

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_t &= \pi \cdot \mathbf{p}_{t-1} = \pi \cdot (\pi \cdot \mathbf{p}_{t-2}) = \dots \\ &= \pi^n \cdot \mathbf{p}_0, \end{aligned} \tag{2.20}$$

wobei  $\mathbf{p}_0$  die Wahrscheinlichkeiten der Schädigungsniveaus im Zeitschritt  $t = 0$  enthält. Die Vereinfachung aus der zweiten Zeile von Gleichung (2.20) ist bei instationären Markov-Ketten nicht möglich und die erste Zeile muss vollständig berechnet werden.

**Bayes'sche Netze**

Eine Möglichkeit, die gemeinsame Verteilungsdichtefunktion  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  zu finden und die aufwendige Kettenregel gemäß Gleichung (2.9) zu vereinfachen, stellen die Bayes'schen Netze dar (Straub, 2011b, Jensen & Nielsen, 2007). Bild 2.7 zeigt ein exemplarisches Bayes'sches Netz.

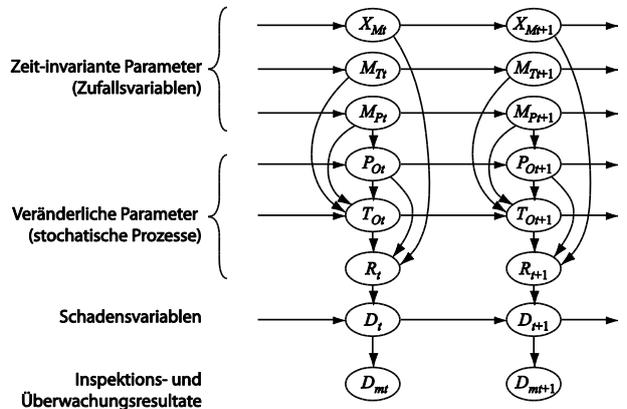


**Bild 2.7:** Beispiel eines Bayes'schen Netzes mit den kausalen Zusammenhängen zwischen den Variablen  $X(i)$  und  $Z(i)$ .

Mithilfe der kausalen Zusammenhänge zwischen den einzelnen Knoten kann es ermöglicht werden, verschiedene Abhängigkeiten zwischen den Variablen zu eliminieren und damit den Rechenaufwand zum Auffinden der gemeinsamen Verteilungsdichte  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  zu reduzieren (Bensi et al., 2009; Straub, 2011b).

Die Bayes'schen Netze in der Form sogenannter Dynamischer Bayes'scher Netze (DBN) können als

eine Verallgemeinerung der Markov-Ketten interpretiert werden. DBN-Modelle ermöglichen es, mit begrenztem Aufwand die starren Annahmen der Markov-Ketten bezüglich Abhängigkeiten zu umgehen. Wie in Straub (2009a) vorgeschlagen (und etwa in Nielsen und Sørensen (2011) angewandt), lassen sich die DBN-Modelle ideal für die Modellierung vieler Schädigungsmodelle verwenden. Insbesondere besteht die Möglichkeit, stochastische Prozesse auf effektive Weise in das Modell mit einzu beziehen. Das generische Modell eines solchen Schädigungsmodells ist in Bild 2.8 dargestellt. DBN sind insbesondere für die Aktualisierung der Modelle mit Beobachtungen ideal geeignet, wie dies später in Abschnitt 4 ab Seite 25 erläutert wird.



**Bild 2.8:** Dynamisches Bayes'sches Netzwerk für die probabilistische Schädigungsmodellierung (aus Straub 2009b).

**2.5 Methoden zur Evaluierung der Schädigungswahrscheinlichkeit**

Um die Wahrscheinlichkeit einer Schädigung bzw. eines Versagens zu berechnen, muss zu Beginn ein Ereignis definiert werden, welches die Schädigung beschreibt. Im Allgemeinen wird hierzu eine Grenzzustandsgleichung  $g(\mathbf{X}, t)$  definiert, welche sich als

$$\begin{aligned} g(\mathbf{X}, t) &= R(\mathbf{X}, t) - S(\mathbf{X}, t) \\ &= M_{\text{Lim}} - M(\mathbf{X}, t) \end{aligned} \tag{2.21}$$

schreibt. Hierin bedeuten  $R(\mathbf{X}, t)$  der Widerstand,  $S(\mathbf{X}, t)$  die Einwirkung,  $M_{\text{Lim}}$  eine definierte und in der Regel deterministische Grenze, sowie  $M(\mathbf{X}, t)$  eine zu  $M_{\text{Lim}}$  korrespondierende Schädigung. Eine Schädigung tritt genau dann ein, wenn die Einwirkung  $S(\mathbf{X}, t)$  größer ist als der Widerstand  $R(\mathbf{X}, t)$  bzw. wenn die Grenzzustandsgleichung kleiner ist als Null. Analog gilt dieser Zusammenhang für den Vergleich von  $M_{\text{Lim}}$  und  $M(\mathbf{X}, t)$ . Man schreibt

$$\begin{aligned}\Omega_F &= \{g(\mathbf{X}, t) \leq 0\} = \{R(\mathbf{X}, t) - S(\mathbf{X}, t) \leq 0\} \\ &= \{M_{\text{Lim}} - M(\mathbf{X}, t) \leq 0\}.\end{aligned}\quad (2.22)$$

Mit dieser Information ist es möglich, die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  aus Gleichung (2.9) über den Bereich  $\Omega_F$  zu integrieren und damit die Wahrscheinlichkeit  $\text{Pr}(F)$  einer Schädigung  $F$  zu bestimmen. Die Schädigungswahrscheinlichkeit berechnet sich zu

$$\begin{aligned}\text{Pr}(F) &= \iint \dots \int_{\Omega_F} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, dx_1 \, dx_2 \dots dx_n \\ &= \int_{\Omega_F} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}.\end{aligned}\quad (2.23)$$

In der Regel ist eine geschlossene und exakte Lösung des Wahrscheinlichkeitsintegrals nicht möglich. Es stehen aber die verschiedensten Verfahren zur Verfügung, mit deren Hilfe sich eine Näherung der Lösung herbeiführen lässt. Diese werden in den folgenden Unterabschnitten aufgelistet und erläutert.

### 2.5.1 First-Order- und Second-Order Reliability Method (FORM/SORM)

Bei der Verwendung der First-Order Reliability Method (FORM) wird die gemeinsame Verteilungsdichte  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  sämtlicher Zufallsgrößen  $\mathbf{X}$  der Grenzzustandsgleichung  $g(\mathbf{X}, t) = R(\mathbf{X}, t) - S(\mathbf{X}, t)$  mithilfe der Transformationsvorschrift

$$\mathbf{U} = \mathbf{T}(\mathbf{X}) \quad (2.24)$$

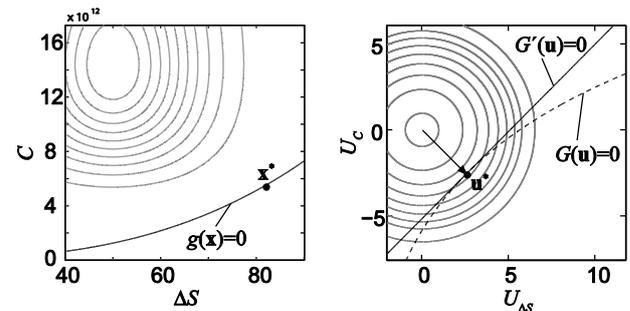
in den Standardnormalraum  $\mathbf{U}$  transformiert.

Dieser ist durch eine gemeinsame Verteilungsdichte  $f_{\mathbf{U}}(\mathbf{u})$  gekennzeichnet, welche den Mittelwert  $\mathbf{m}_{\mathbf{U}} = \mathbf{0}$  aufweist und deren Kovarianzmatrix lediglich auf der Hauptdiagonale mit jeweils Eins belegt ist; sämtliche Variablen im Standardnormalraum sind voneinander statistisch unabhängig.

Mithilfe der Rücktransformation werden im nächsten Schritt alle Variablen  $\mathbf{X}$  in der Grenzzustandsgleichung durch die Variablen  $\mathbf{U}$  des Standardnormalraums ersetzt, so dass die Grenzzustandsgleichung ebenfalls in den Standardnormalraum transformiert und als  $g(\mathbf{X}, t) = g(\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{U}), t) = G(\mathbf{U}, t)$  geschrieben wird.

Eine Illustration dieses Zusammenhangs ist in Bild 2.9 zu sehen. Dort werden die Parameter des Ermüdungsmodells,  $C$  und  $\Delta S$ , (Gleichung (2.10),

Seite 6), aus dem Originalraum in den Standardnormalraum transformiert. Anschließend muss derjenige Vektor  $\mathbf{u}^*$  vom Ursprung auf die Grenzzustandsfläche gefunden werden, der die kürzeste Länge aufweist; dies ist der Punkt auf der Grenzzustandsfläche, bei dem die Wahrscheinlichkeitsdichte den höchsten Wert aufweist (siehe Bild 2.9).



**Bild 2.9:** Transformation der Zufallsgrößen  $\mathbf{X}$  in den Standardnormalraum  $\mathbf{U}$ , nach Straub (2012).

Die Optimierungsvorschrift schreibt sich hin als

$$\mathbf{u}^* = \arg \min_{\mathbf{u}} \|\mathbf{u}\| \quad \text{s.t. } G(\mathbf{u}, t) = 0. \quad (2.25)$$

In diesem Punkt  $\mathbf{u}^*$  wird die Grenzzustandsfläche durch eine Taylorreihe erster Ordnung ersetzt. Das Integral aus Gleichung (2.23) kann dann näherungsweise ausgewertet werden zu

$$\text{Pr}(F) \approx \Phi(-\beta), \quad (2.26)$$

wobei  $\beta = \|\mathbf{u}^*\|$  die Länge des Vektors  $\mathbf{u}^*$  und  $\Phi(\dots)$  die kumulative Normalverteilung darstellt.

Im Vergleich zu den später angesprochenen Simulationsmethoden stellt die FORM-Analyse ein besonderes Mittel zur Verfügung, um den Parametereinfluss auf das Schädigungsmodell zu quantifizieren: den Sensitivitätsvektor  $\boldsymbol{\alpha}$ . Dieser ist gegeben durch den negativen und auf die Länge Eins normierten Vektor des Bemessungspunkts  $\mathbf{u}^*$ , also

$$\boldsymbol{\alpha} = -\frac{\mathbf{u}^*}{\|\mathbf{u}^*\|}. \quad (2.27)$$

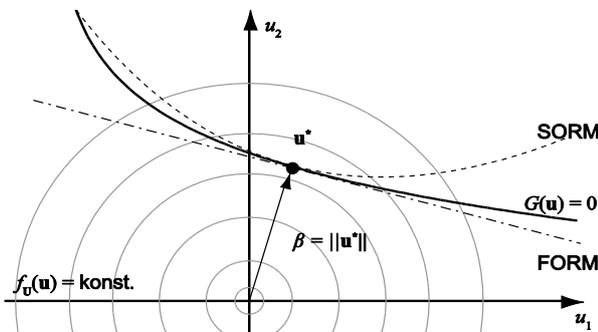
Jeder Vektoreintrag  $\alpha_i$  beschreibt damit den Einfluss des entsprechenden Modellparameters  $X_i$  auf den Zuverlässigkeitsindex bzw. auf die Versagenswahrscheinlichkeit.

Mithilfe der Second-Order Reliability Method (SORM) kann die Lösung nach Gleichung (2.26) verbessert werden, da die Grenzzustandsgleichung  $G(\mathbf{U}, t)$  anstatt durch eine Taylorreihe erster Ordnung durch eine Taylorreihe zweiter Ordnung im

Bemessungspunkt  $\mathbf{u}^*$  angenähert und der Fehler deswegen verringert wird. Die Optimierung verläuft analog zu Gleichung (2.25), jedoch wird das Resultat aus Gleichung (2.26) um einen Korrekturfaktor ergänzt zu

$$\Pr(F) \approx \Phi(-\beta) \cdot \prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varphi(\beta)}{\Phi(\beta)} \cdot \kappa_i}} \quad (2.28)$$

Hier bedeutet  $\varphi(\dots)$  die PDF der Standardnormalverteilung und  $\kappa_i$  die jeweilige Hauptkrümmung der Grenzzustandsfläche  $G(\mathbf{U}, t)$  in Koordinatenrichtung  $u_i$ , ausgewertet im Bemessungspunkt  $\mathbf{u}^*$ .



**Bild 2.10:** Vergleich der beiden Näherungen FORM und SORM mit der tatsächlichen Grenzzustandsfläche  $G(\mathbf{u}) = 0$  im Standardnormalraum.

Als Nachteil der Methode kann die notwendige Optimierung zur Auffindung des Bemessungspunkts  $\mathbf{u}^*$  angesehen werden, da diese bei vielen Dimensionen zu längeren Rechenzeiten führen kann. Des Weiteren ist die Annäherung der Grenzzustandsfläche durch eine Fläche erster oder zweiter Ordnung nur eine Näherung und kann bei Vorliegen einer hoch nichtlinearen Grenzzustandsfläche vieler Basisvariablen  $U_i$  zu ungenauen Ergebnissen führen.

### 2.5.2 Simulations- und Sampling-Methoden

Eine weitere Alternative zur Auswertung des Integrals aus Gleichung (2.23) stellen die Simulationsverfahren, wie z.B. „Monte-Carlo-Simulation“, „Importance Sampling“, „Subset Simulation“ und deren Abkömmlinge, dar.

Hierbei werden Zufallsvektoren  $\mathbf{x}_i$  (Samples) generiert, die gemäß ihrer gemeinsamen Verteilungsdichte  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  verteilt sind.

Mithilfe dieser generierten Samples  $\mathbf{x}_i$  kann dann die Grenzzustandsfunktion  $g(\mathbf{x}_i, t)$  aus Gleichung (2.21) zu jedem Zeitschritt  $t$  ausgewertet werden; ist

$g(\mathbf{x}_i, t)$  kleiner als Null, ist für dieses Sample Versagen bzw. die Schädigung eingetreten. Die Auswertung geschieht mithilfe der Indikatorfunktion  $I[\dots]$ , die Eins ergibt, wenn die Bedingung [...] erfüllt, und Null, wenn sie nicht erfüllt ist.

Dieses Vorgehen wird für alle  $n_{\text{Sim}}$  Samples wiederholt und die Gesamtzahl  $n_F$  derjenigen Samples, bei denen die Auswertung von  $g(\mathbf{X}_i, t)$  kleiner ist als Null, addiert. Zur Berechnung der Versagens- bzw. Schädigungswahrscheinlichkeit wird dann die Zahl der Samples mit  $g(\mathbf{X}_i, t) \leq 0$  durch die Zahl  $n_{\text{Sim}}$  der Simulationen dividiert, also

$$\Pr(F) = \Pr(SNi) = \frac{1}{n_{\text{Sim}}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{\text{Sim}}} I[g(\mathbf{X}_i, t) \leq 0] \quad (2.29)$$

Die Genauigkeit einer Simulation steigt mit der Zahl  $n_{\text{Sim}}$  der Samples an, was bedeutet, dass das Resultat bei einer theoretisch unendlich großen Zahl Samples exakt wäre. Die Zahl der notwendigen Samples, um ein hinreichend genaues Ergebnis zu berechnen, ergibt sich zu

$$n_{\text{Min}} \propto \frac{1}{\Pr(F)} = \frac{1}{\Pr(SNi)} \quad (2.30)$$

daraus folgt, dass die Zahl der zur Einhaltung einer geforderten Genauigkeit notwendigen Samples zunimmt, je kleiner die Versagens- bzw. Schädigungswahrscheinlichkeit wird. Da im Bauwesen typischerweise sehr kleine Versagenswahrscheinlichkeiten auftreten, ist die Zahl der erforderlichen Samples entsprechend groß.

Die Methode des „Importance Sampling“ ist deutlich effektiver und führt in der Regel schon bei erheblich weniger Samples zu größerer Genauigkeit (Bucher, 1988; Engelund und Rackwitz, 1992; Engelund und Rackwitz, 1993). Dabei wird das Integral aus Gleichung (2.23) um eine Sampling-Funktion  $\psi(\mathbf{x})$  erweitert und man findet

$$\Pr(F) = \int_{\Omega_F} \frac{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})}{\psi(\mathbf{x})} \psi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad (2.31)$$

Damit wertet man anschließend Gleichung (2.30) aus, wobei die Samples  $\mathbf{x}_i$  nicht nach  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ , sondern nach der Sampling-Dichte  $\psi(\mathbf{x})$  generiert werden. Die Schädigungswahrscheinlichkeit ergibt sich dann zu

$$\Pr(F) = \frac{1}{n_{\text{Sim}}} \cdot \sum_{i=1}^{n_{\text{Sim}}} \mathbb{I}[g(\mathbf{X}_i, t) \leq 0] \cdot \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}_i)}{\psi(\mathbf{x}_i)}. \quad (2.32)$$

Eine weiter verbesserte Genauigkeit kann erreicht werden, indem der Bemessungspunkt  $\mathbf{u}^*$  gemäß Abschnitt 2.5.1 gefunden wird und anschließend der Mittelwertvektor der Sampling-Dichte  $\psi(\mathbf{x})$  auf den Bemessungspunkt  $\mathbf{u}^*$  gelegt wird.

Die „Subset-Simulation“, welche durch Au und Beck (2001) eingeführt wurde, stellt eine weitere Methode zur Auswertung des Integrals aus Gleichung (2.23) dar. Im Gegensatz zum „Importance Sampling“ ist die Kenntnis des Bemessungspunkts  $\mathbf{u}^*$  nicht notwendig, die Zahl der Samples kann aber im Vergleich zur MCS dennoch reduziert werden.

Wie in Gleichung (2.22) angedeutet, ist das Versagens- bzw. Schädigungsereignis im Standardnormalraum  $\mathbf{U}$  definiert als  $F = \{G(\mathbf{U}) \leq 0\}$ . Im Rahmen der „Subset-Simulation“ werden jetzt Zwischenergebnisse

$$E_i = \{G(\mathbf{U}) \leq c_i\} \quad (2.33)$$

eingeführt, in denen  $c_i$  eine Konstante darstellt, so dass  $c_1 \geq c_2 \geq \dots \geq c_m = 0$ . Damit lässt sich die Schädigungswahrscheinlichkeit  $\Pr(F)$  schreiben zu

$$\begin{aligned} \Pr(F) &= \Pr\left(\bigcap_{i=1}^m E_i\right) \\ &= \Pr(E_m | E_{m-1}) \cdot \Pr\left(\bigcap_{i=1}^{m-1} E_i\right) \\ &= \Pr(E_1) \cdot \prod_{i=2}^m \Pr(E_i | E_{i-1}). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Da hier die Versagens- bzw. Schädigungswahrscheinlichkeit aus einem Produkt der bedingten Wahrscheinlichkeiten  $\Pr(E_i | E_{i-1})$  berechnet werden, kann deren jeweiliger Wert deutlich höher sein als die Wahrscheinlichkeit  $\Pr(F)$ . Dadurch ist es möglich, die Anzahl der zur Bestimmung der bedingten Wahrscheinlichkeiten  $\Pr(E_i | E_{i-1})$  notwendigen Simulationen zu reduzieren, da sie proportional zur jeweiligen Wahrscheinlichkeit ist (siehe Gleichung (2.30)). Somit ist der Rechenaufwand für je eine Größenordnung der Schädigungswahrscheinlichkeit nicht proportional zu  $1/\Pr(F)$ , sondern zu  $-\log_{10} \Pr(F)$ .

## 3 Modelle zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit

### 3.1 Einleitung

Bauwerke müssen bestimmte Anforderungen erfüllen. Grundsätzlich wird gefordert, dass Bauwerke unabhängig von den verwendeten Baustoffen oder Konstruktionsprinzipien allen möglichen Einwirkungen mit ausreichender Zuverlässigkeit standhalten und darüber hinaus die geforderten Gebrauchseigenschaften aufweisen. Zum einen bedeutet dies, dass Bauwerke ausreichend tragfähig sein müssen; zum anderen bestimmt die vorgesehene Nutzung der Bauwerke gewisse Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit. Die Tragfähigkeit und die Gebrauchstauglichkeit dürfen durch Bauwerksschäden, die im Laufe der Lebensdauer des Bauwerks entstehen können, nicht unzulässig vermindert werden, d.h. die Dauerhaftigkeit des Bauwerks muss während der gesamten Nutzungsdauer des Bauwerks sichergestellt werden (Zilch und Zehetmaier, 2010).

Die Zuverlässigkeit eines Bauwerks wird bestimmt, indem die Wahrscheinlichkeit des Überschreitens relevanter Grenzzustände des zu Grunde liegenden Tragsystems bestimmt wird. Diese Grenzzustände sind (a) die Grenzzustände der Tragfähigkeit und (b) die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit (Zilch und Zehetmaier, 2010; JCSS, 2006; DIN EN 1990 (2010)). Die Grenzzustände der Tragfähigkeit umfassen alle Zustände, bei deren Überschreiten eine ausreichende Standsicherheit des Tragsystems nicht mehr gegeben ist. Bei Überschreiten der Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit ist die uneingeschränkte, bestimmungsgemäße Funktion des Bauwerks bzw. eines seiner Teile nicht mehr gegeben (Zilch und Zehetmaier, 2010; DIN EN 1990 (2010)).

Die Dauerhaftigkeit ist im engeren Sinne nicht mit einem Grenzzustand verknüpft. Die Sicherstellung der Dauerhaftigkeit ist aber eine wesentliche Anforderung an Bauwerke, d.h. es muss gezeigt werden, dass die während der Nutzungsdauer entstehenden Bauwerksschäden bei angemessenem Instandhaltungsaufwand keine nachteiligen Auswirkungen auf Tragfähigkeit oder Gebrauchstauglichkeit haben (Zilch und Zehetmaier, 2010). Für bestimmte Schädigungsarten, insbesondere Ermüdung, finden sich in der Norm aber ebenfalls Definitionen von Grenzzuständen (siehe z.B. DIN EN 1993-1-9 (2010)). Für

weitere gibt es Bestrebungen, Grenzzustände zu definieren (siehe z.B. fib Model Code, 2010).

Die Berechnung der Tragwerkszuverlässigkeit ist in der Regel eine anspruchsvolle Aufgabe, da die Tragwerkszuverlässigkeit von einer Vielzahl von Faktoren abhängt. Dazu gehören unter anderem: (1) der Einfluss von Bauteilversagen auf das Versagen des Tragsystems, (2) die Redundanz des Tragsystems, (3) das Verhalten der Bauteile und des Tragsystems nach dem Versagen (z.B. sprödes oder duktiler Verhalten), (4) statistische Abhängigkeiten zwischen den Versagensereignissen und (5) das progressive Versagensverhalten des Tragsystems.

Bauwerke bestehen in der Regel aus verschiedenen Bauteilen, welche untereinander in Beziehung stehen. Diese Beziehungen können funktional oder statistisch sein. Funktionale Beziehungen zwischen Bauteilen begründen sich in der Struktur des Tragsystems. Statistische Beziehungen zwischen Bauteilen entstehen durch Faktoren, welche einen gemeinsamen Einfluss auf den Zustand der Bauteile haben. Zu diesen Einflussfaktoren gehören z.B. die Produktions- und Fertigungsqualität, angewandte Methoden der Qualitätssicherung, Lasten, und chemische und physikalische Umwelteinflüsse. Der Zustand und somit die Zuverlässigkeit von Tragsystemen ist sowohl vom Zustand der einzelnen Bauteile als auch von den Beziehungen zwischen den Bauteilen abhängig, weshalb es notwendig ist, diese Aspekte bei der Bestimmung der Systemzuverlässigkeit von Bauwerken zu berücksichtigen.

Wie zuvor erwähnt, können während der Nutzung von Bauwerken Schäden an deren Bauteilen entstehen (siehe hierzu Abschnitt 2); so z.B. korrodieren Bauteile aus Stahl unter Einwirkung bestimmter chemischer und physikalischer Umwelteinflüsse, oder Bauteile ermüden unter wechselnden Lasten. Schäden verändern den Bauteilzustand und haben deswegen einen Einfluss auf die Zuverlässigkeit von Bauwerken. Um ein Bauwerk in seiner Gesamtheit bewerten zu können, ist es notwendig, den Einfluss der geschädigten Bauteile auf die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit zu bestimmen.

In den folgenden Abschnitten werden Methoden zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit von Bauwerken im Sinne der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit vorgestellt. Darauf aufbauend können Akzeptanzkriterien für Bauteilschäden bestimmt werden (Straub und Der Kiureghian, 2011). Dies hat einen direkten Einfluss auf die Planung von

Inspektionen, Überwachungs- und Reparaturmaßnahmen.

### 3.2 Versagensursachen und Versagensmechanismen von Brückenbauwerken

Für die Entwicklung von Modellen zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit von Brückenbauwerken ist es sinnvoll, sich einen kurzen Überblick über mögliche Versagensursachen und Versagensmechanismen von Brückenbauwerken zu verschaffen. Hierzu werden tatsächliche Versagensfälle von Brückenbauwerken untersucht.

Eine Zusammenstellung von 440 unterschiedlichen Brückenversagensfällen ist in Scheer (2010) enthalten. Die betrachteten Brückenbauwerke unterscheiden sich nach den verwendeten Baustoffen (z.B. Holz, Stahl, Beton), den Konstruktionsprinzipien (z.B. Stahlbeton, Spannbeton, Verbundbau), dem Typ der Tragstruktur (z.B. Fachwerk, Hohlkastenträger, Bogenbrücke, Schrägseilbrücke) und dem Versagensjahr. Außerdem wird bei jedem Versagensfall herausgestellt, ob es sich um einen vollständigen/teilweisen Kollaps der Tragstruktur oder um ein lokales Bauteilversagen handelt. Unabhängig von diesen Unterscheidungsmerkmalen werden die Versagensfälle den folgenden Kategorien zugeordnet (Scheer, 2010):

- Versagen beim Bau (105 Brücken)
- Versagen im Betrieb (107 Brücken)
- Versagen infolge Schiffanprall (59 Brücken)
- Versagen infolge Anprall des unterführten Verkehrs (19 Brücken)
- Versagen infolge Anprall des überführten Verkehrs (21 Brücken)
- Versagen durch Hochwasser, Treibeis, Treibholz oder Hurrikans (41 Brücken)
- Versagen durch Brand oder Explosion (22 Brücken)
- Versagen durch Erbeben (6 Brücken)
- Versagen von Gerüsten (60 Brücken)

Die Versagensfälle, die sich im Betrieb ereignen haben, erscheinen im Zusammenhang des aktuellen Projektes besonders interessant. Von den 107 Versagensfällen von Brücken im Betrieb versagen 19 % aufgrund von Überlastung und 20 % versagen durch planmäßige Belastung; jedoch wurden hier die dynamischen Effekte, wie z.B. aus der dynami-

schen Anregung durch Windlasten, nicht berücksichtigt. 21 % der Brücken versagen im Betrieb aufgrund von Fehlern im Entwurf. Dies stellt die häufigste Versagensursache dar. Als weitere Versagensursachen werden unzureichende Bauwerksprüfung und Wartung (12 %) sowie Materialversagen einschließlich Korrosion und Ermüdung (14 %) hervorgehoben.

Mit Blick auf die Versagensmechanismen ist hervorzuheben, dass laut Scheer (2010) in vielen Fällen ein progressiver Kollaps zum vollständigen oder teilweisen Versagen der betrachteten Brückenbauwerke führte. Hierbei verursachten das Versagen eines einzelnen Bauteils und eine anschließende plötzliche Lastumlagerung eine Kettenreaktion, die zum katastrophalen Versagen des Bauwerks führte. In diesem Zusammenhang stellt Scheer (2010) heraus, dass statisch unbestimmte Tragwerke nicht zwangsläufig redundant gegenüber dem Versagen einzelner Bauteile sind. Insbesondere statisch unbestimmte Tragwerke, deren Bauteile z.B. spröde oder schlagartig durch Stabilitätsverlust versagen, sind meist wenig redundant. Dies widerspricht der gängigen Annahme, dass die Redundanz und damit die Robustheit eines Tragwerkes mit zunehmenden Grad der statischen Unbestimmtheit zunehmen. Diese Zusammenhänge müssen bei der Auswahl von Modellen zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit von Brückenbauwerken beachtet werden.

### 3.3 Logische Systeme

#### 3.3.1 Grundlagen

Technische Systeme, wie z.B. Bauwerke, bestehen aus einer Vielzahl von Komponenten, die auf unterschiedlichste Art und Weise in Beziehung stehen. Der Zustand eines Systems hängt vom Zustand seiner Komponenten und den Beziehungen zwischen den Komponenten ab. Einführend werden Systeme betrachtet, deren Gesamtzustand sowohl als auch der Zustand der konstituierenden Komponenten jeweils mit binären Zufallsvariablen beschrieben werden kann. Binäre Zufallsvariablen haben Realisierungen 0 (funktioniert nicht) und 1 (funktioniert). Solche Systeme werden als binäre oder logische Systeme bezeichnet.

Im Folgenden wird der Systemzustand mit der binären Zufallsvariablen  $E_S$  und der Zustand der Systemkomponente  $i$  mit der binären Zufallsvariablen  $E_i$  bezeichnet. Das Ereignis Systemversagen wird mit  $F_S = \{E_S = 0\}$  und das Ereignis Versagen der Komponente  $i$  wird mit  $F_i = \{E_i = 0\}$  bezeichnet.

Des Weiteren wird mit  $p_S = \Pr(F_S)$  die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens und mit  $p_i = \Pr(F_i)$  die Wahrscheinlichkeit des Versagens der Komponente  $i$  bezeichnet.

Für ein gegebenes logisches System lässt sich das Ereignis Systemversagen  $F_S$  als Funktion der Komponentenversagensereignisse  $F_i$  ausdrücken. In den folgenden Abschnitten wird gezeigt, wie die Wahrscheinlichkeit  $p_S$  des Systemversagens aufbauend auf den Regeln der Wahrscheinlichkeitstheorie bestimmt werden kann.

#### 3.3.2 Darstellung logischer Systeme

Logische Systeme können anhand sogenannter Zuverlässigkeitsblockdiagramme dargestellt werden, wobei die Systemkomponenten als Rechtecke im Zuverlässigkeitsblockdiagramm dargestellt werden. Komponenten, die in direkter Beziehung stehen, sind durch Kanten im Zuverlässigkeitsblockdiagramm miteinander verbunden. Zusätzlich hat jedes Zuverlässigkeitsblockdiagramm einen Anfangs- und Endpunkt. Ein System ist in einem funktionierenden Zustand, solange mindestens ein Weg zwischen Anfangs- und Endpunkt existiert, auf dem alle Komponenten intakt sind.

Die zwei elementaren Systemformen – das Seriensystem und das Parallelsystem – sind als Zuverlässigkeitsblockdiagramme in Bild 3.1 dargestellt. Seriensysteme funktionieren nur, wenn alle Komponenten funktionieren. Parallelsysteme funktionieren, solange mindestens eine Komponente funktioniert.

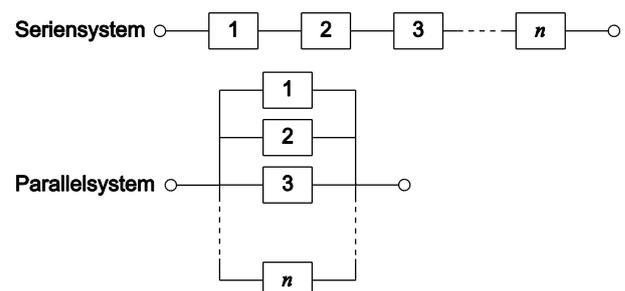


Bild 3.1: Elementare Systemformen dargestellt als Zuverlässigkeitsblockdiagramme.

#### 3.3.3 Versagenswahrscheinlichkeit von Systemen mit statistisch unabhängigen Komponenten

In diesem Abschnitt werden logische Systeme betrachtet, bei denen das Versagen der einzelnen Komponenten statistisch unabhängig ist.

### Seriensysteme

Ein Seriensystem versagt, sobald eine Komponente versagt. Ein klassisches Beispiel für ein Seriensystem ist eine Kette.

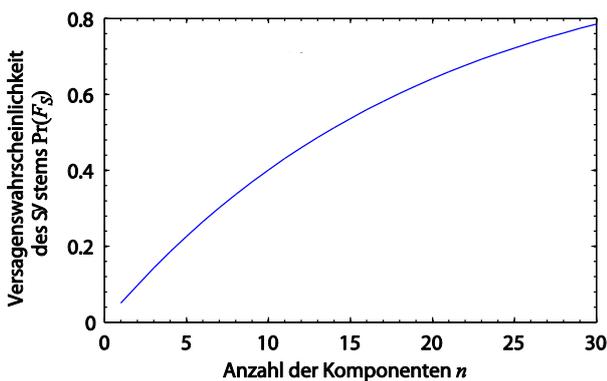
Für ein Seriensystem mit  $n$  Komponenten ergibt sich das Ereignis Systemversagen als

$$F_S = F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_n. \quad (3.1)$$

Mit Hilfe der Regel von de Morgan kann die Versagenswahrscheinlichkeit des Seriensystems mit statistisch unabhängigen Komponenten wie folgt berechnet werden:

$$\begin{aligned} \Pr(F_S) &= \Pr(F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_n) \\ &= 1 - \Pr(\bar{F}_1 \cap \bar{F}_2 \cap \dots \cap \bar{F}_n) \\ &= 1 - \Pr(\bar{F}_1) \cdot \Pr(\bar{F}_2) \cdot \dots \cdot \Pr(\bar{F}_n) \\ &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Aus Gleichung (3.2) ist ersichtlich, dass die Versagenswahrscheinlichkeit des Seriensystems mit der Anzahl der Komponenten zunimmt, d.h. mit steigender Anzahl von Komponenten nimmt die Anzahl der möglichen Versagensmechanismen zu. Bild 3.2 zeigt beispielhaft die Versagenswahrscheinlichkeit eines Seriensystems als Funktion der Anzahl der statistisch unabhängigen Komponenten mit identischer Komponentenversagenswahrscheinlichkeit  $p_i = 0,05$ .



**Bild 3.2:** Versagenswahrscheinlichkeit eines Seriensystems als Funktion der Anzahl statistisch unabhängiger Komponenten mit identischer Komponentenversagenswahrscheinlichkeit von je  $p_i = 0,05$ .

### Parallelsysteme

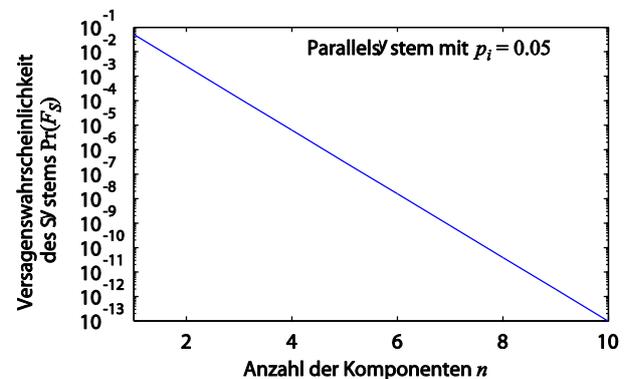
Ein Parallelsystem versagt erst, wenn alle Komponenten versagt haben. Das Ereignis Systemversagen ergibt sich für ein Parallelsystem mit  $n$  Komponenten als

$$F_S = F_1 \cap F_2 \cap \dots \cap F_n. \quad (3.3)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit eines Parallelsystems mit statistisch unabhängigen Komponenten ist somit

$$\begin{aligned} \Pr(F_S) &= \Pr(F_1 \cap F_2 \cap \dots \cap F_n) \\ &= \Pr(F_1) \cdot \Pr(F_2) \cdot \dots \cdot \Pr(F_n) \\ &= \prod_{i=1}^n p_i. \end{aligned} \quad (3.4)$$

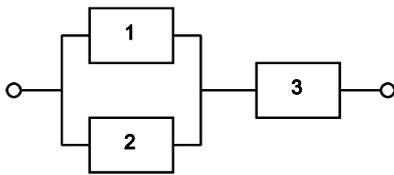
Aus Gleichung (3.4) wird ersichtlich, dass die Versagenswahrscheinlichkeit eines Parallelsystems mit zunehmender Anzahl statistisch unabhängiger Komponenten abnimmt, d.h. je mehr statistisch unabhängige Komponenten ein Parallelsystem aufweist, desto redundanter ist es. Beispielhaft ist  $\Pr(F_S)$  in Bild 3.3 dargestellt für ein Parallelsystem mit  $n$  statistisch unabhängigen Komponenten, alle mit  $p_i = 0,05$ .



**Bild 3.3:** Versagenswahrscheinlichkeit eines Parallelsystems als Funktion der Anzahl statistisch unabhängiger Komponenten mit identischer Wahrscheinlichkeit  $p_i = 0,05$  des Komponentenversagens.

### Allgemeine Systeme

Jedes allgemeine logische System lässt sich als Kombination von Serien- und Parallelsystemen interpretieren, und der Systemzustand lässt sich als Funktion der konstituierenden Serien- und Parallelsysteme darstellen. Bild 3.4 zeigt beispielhaft ein allgemeines System, welches im Folgenden näher betrachtet wird.



**Bild 3.4:** Beispiel eines allgemeinen Systems.

In dem in Bild 3.4 dargestellten allgemeinen System bilden die Komponenten 1 und 2 zusammen ein Parallelsystem, welches nachfolgend als Teilsystem  $a$  bezeichnet wird. Gemäß Gleichung (3.4) ist  $F_a = \{F_1 \cap F_2\}$ . Teilsystem  $a$  bildet zusammen mit Komponente 3 ein Seriensystem. Somit ergibt sich das Versagensereignis für das in Bild 3.4 dargestellte allgemeine System wie folgt (siehe Gleichung (3.1)):

$$F_S = F_a \cup F_3 \tag{3.5}$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit für das in Bild 3.4 dargestellte allgemeine System ergibt sich für den Fall statistisch unabhängiger Komponenten zu

$$\begin{aligned} \Pr(F_S) &= \Pr((F_1 \cap F_2) \cup F_3) \\ &= \Pr((F_1 \cap F_2)) + \Pr(F_3) \\ &\quad - \Pr((F_1 \cap F_2) \cap F_3) \\ &= p_1 p_2 + p_3 - p_1 p_2 p_3 . \end{aligned} \tag{3.6}$$

Das Beispiel zeigt, dass allgemeine Systeme schrittweise in elementare Teilsysteme zerlegt werden können und auf diese Weise das Ereignis  $F_S$  als Funktion der Ereignisse  $F_i, i = 1, \dots, n$  formuliert werden kann.

### 3.3.4 Versagenswahrscheinlichkeiten von Systemen mit statistisch abhängigen Komponenten

Wenn die Versagensereignisse von Systemkomponenten statistisch abhängig sind, dann ist die Wahrscheinlichkeit der Schnittmenge von Komponentenversagen  $\Pr(F_1 \cap F_2 \cap \dots \cap F_n)$  nicht mehr gleich dem Produkt  $\Pr(F_1) \Pr(F_2) \dots \Pr(F_n)$ . In diesem Fall reicht es für die Berechnung von  $\Pr(F_S)$  nicht mehr aus, die marginalen Wahrscheinlichkeiten  $p_i = \Pr(F_i)$  zu kennen; die Wahrscheinlichkeiten der Schnittmengen von Komponentenversagen müssen ebenfalls bekannt sein. Die statistischen Abhängigkeiten zwischen Komponenten eines Systems haben somit einen Einfluss auf die Versagenswahrscheinlichkeit eines Systems. Aufgrund ihres

Einflusses auf die Systemzuverlässigkeit ist die korrekte Modellierung von Abhängigkeiten in Systemen essentiell.

Wenn die Wahrscheinlichkeiten der Schnittmengen des Komponentenversagens bekannt sind, kann die Berechnung von Systemversagen mittels der Wahrscheinlichkeitstheorie erfolgen. Ein besonderer Fall sind Systeme, bei denen die statistische Anhängigkeit bedingt ist durch unsichere oder unbekannte Faktoren, welche verschiedene Komponenten gemeinsam beeinflussen. In diesen Fällen lässt sich die statistische Abhängigkeit mittels des Satzes der totalen Wahrscheinlichkeiten auf einfache Weise berücksichtigen. In allgemeineren Fällen besteht die Möglichkeit, obere und untere Schranken der Systemversagenswahrscheinlichkeiten zu bestimmen.

### Systeme mit gemeinsamen Ursachen von Komponentenversagen

Der Zustand der Komponenten in einem System ist oft von Faktoren abhängig, welche auf mehrere Komponenten gleichzeitig wirken und deren Wert nicht mit Sicherheit bekannt ist. Diese Faktoren müssen mit Zufallsvariablen beschrieben werden. So ist beispielsweise der Korrosionszustand verschiedenster Bauteile einer Stahlbrücke abhängig den Umweltbedingungen wie z.B. Chloridbeaufschlagung und Feuchtigkeit. Die Annahme von statistischer Unabhängigkeit des Zustands der Komponenten eines Systems trifft auf reale Systeme daher nur selten zu und es ist notwendig, solche sogenannten „Common-Cause“-Versagen explizit zu berücksichtigen.

Im Folgenden wird der Fall eines einzelnen beeinflussenden Faktors betrachtet, welcher durch die diskret verteilte Zufallsvariable  $A$  mit den Realisierungen  $a_1, \dots, a_m$  charakterisiert ist. Die Versagenswahrscheinlichkeiten der Komponenten  $i$  eines Systems sind definiert bedingt auf die Realisierung von  $A$ , d.h.  $\Pr(F_i | A = a_j)$ . Des Weiteren sind die Zustände der Komponenten statistisch unabhängig für einen gegebenen Wert von  $A$ . So ist z.B. die Versagenswahrscheinlichkeit verschiedener Komponenten einer Brücke in einem Verkehrssystem statistisch unabhängig für einen gegebenen Wert der Magnitude eines Erdbebens.

Für eine einzelne Komponente  $i$  ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit aus dem Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeiten zu:

$$\Pr(F_i) = \sum_{j=1}^m \Pr(F_i|A = a_j) p(a_j). \quad (3.7)$$

Für das System wird zunächst die Versagenswahrscheinlichkeit bedingt auf das Ereignis  $\{A = a_j\}$  bestimmt. Da die Versagensereignisse der Komponenten in diesem Fall statistisch unabhängig sind, lässt sich  $\Pr(F_s|A = a_j)$  mit dem in Abschnitt 3.3.3 aufgeführten Methoden bestimmen. So gilt für ein Parallelsystem mit  $n$  Komponenten

$$\Pr(F_s|A = a_j) = \prod_{i=1}^n \Pr(F_i|A = a_j) \quad (3.8)$$

und für ein Seriensystem mit  $n$  Komponenten

$$\Pr(F_s|A = a_j) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \Pr(F_i|A = a_j)). \quad (3.9)$$

Die Berechnung für allgemeine Systeme erfolgt analog.

Aus  $\Pr(F_s|A = a_j)$  lässt sich die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems nun mit dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeiten bestimmen zu

$$\Pr(F_s) = \sum_{j=1}^m \Pr(F_s|A = a_j) p(a_j). \quad (3.10)$$

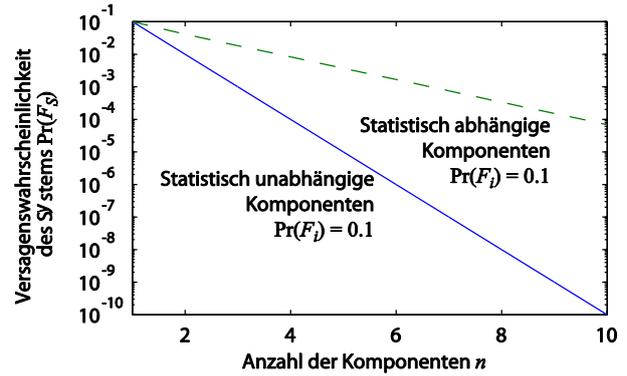
Für ein Parallelsystem ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit aus Gleichung (3.8) und (3.10) wie folgt:

$$\Pr(F_s) = \sum_{j=1}^m \left[ \prod_{i=1}^n \Pr(F_i|A = a_j) \right] p(a_j) \quad (3.11)$$

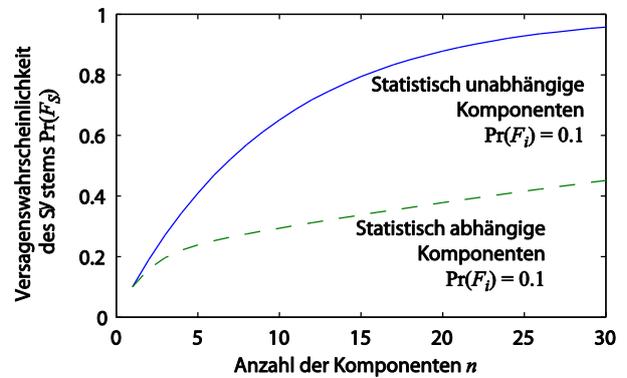
Entsprechend ergibt sich für ein Seriensystem die Versagenswahrscheinlichkeit aus Gleichung (3.9) und (3.10) zu:

$$\begin{aligned} \Pr(F_s) &= \sum_{j=1}^m \left[ 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \Pr(F_i|A = a_j)) \right] p(a_j) \quad (3.12) \end{aligned}$$

Bild 3.5 und Bild 3.6 zeigen die Versagenswahrscheinlichkeiten für ein Parallelsystem bzw. für ein Seriensystem, deren Komponenten jeweils durch  $\Pr(F_i|A = a_1) = 0.0125$  und  $\Pr(F_i|A = a_2) = 0.45$  beschrieben sind. Die marginalen Wahrscheinlichkeiten des Einflussfaktors  $A$  sind in diesem Fall  $p(a_1) = 0,8$  und  $p(a_2) = 0,2$ . Gemäß Gleichung (3.7) ist die Versagenswahrscheinlichkeit der einzelnen Komponenten somit  $\Pr(F_i) = 0,1$ .



**Bild 3.5:** Versagenswahrscheinlichkeit eines Parallelsystems mit Komponenten, deren Versagensereignisse von einem gemeinsamen Faktor abhängen. Zum Vergleich ist die Versagenswahrscheinlichkeit eines Parallelsystems mit statistisch unabhängigen Komponenten dargestellt.



**Bild 3.6:** Versagenswahrscheinlichkeit eines Seriensystems mit Komponenten, deren Versagensereignisse von einem gemeinsamen Faktor abhängen. Zum Vergleich ist die Versagenswahrscheinlichkeit eines Seriensystems mit statistisch unabhängigen Komponenten dargestellt.

Aus Bild 3.5 und Bild 3.6 wird ersichtlich, dass eine positive<sup>4</sup> statistische Abhängigkeit die Versagenswahrscheinlichkeit von Parallelsystemen erhöht und die Versagenswahrscheinlichkeit von Seriensystemen reduziert.

<sup>4</sup> Zwei Ereignisse sind positiv statistisch voneinander abhängig, wenn mit zunehmender Eintrittswahrscheinlichkeit des einen Ereignisses auch die Eintrittswahrscheinlichkeit des anderen Ereignisses zunimmt.

Für den Fall, dass ein gemeinsamer Einflussfaktor  $A$  durch eine kontinuierliche Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_A(a)$  beschrieben wird, muss die Summation in Gleichung (3.10) durch eine Integration ersetzt werden:

$$\Pr(F_S) = \int_A \Pr(F_S|A = a) f_A(a) da \quad (3.13)$$

**Wahrscheinlichkeitsschranken**

Wenn die statistische Abhängigkeit der Versagensereignisse von Komponenten eines Systems nicht bekannt ist, können einfache Schranken für die Wahrscheinlichkeiten von Systemversagen bestimmt werden.

Eine erste Systemschranke kann für Serien- und Parallelsysteme durch die Annahme vollständiger Abhängigkeit der Systemkomponenten bestimmt werden. Für Seriensysteme ist die Versagenswahrscheinlichkeit in diesem Fall

$$\Pr(F_S) = \max_i \Pr(F_i) . \quad (3.14)$$

Mit anderen Worten ausgedrückt bedeutet Gleichung (3.14), dass es am wahrscheinlichsten ist, dass das schwächste Glied des Seriensystems versagt.

Für Parallelsysteme ist die Versagenswahrscheinlichkeit im Fall vollständiger Abhängigkeit der Systemkomponenten

$$\Pr(F_S) = \min_i \Pr(F_i) . \quad (3.15)$$

Für Seriensysteme entspricht diese Annahme einer unteren Schranke, im Falle von Parallelsystemen einer oberen Schranke.

Die zweite Schranke ergibt sich durch die Annahme von sich gegenseitig ausschließenden Komponentenversagensereignisse  $F_i$ . Für ein Seriensystem mit  $n$  Komponenten folgt die Versagenswahrscheinlichkeit als

$$\Pr(F_S) = \sum_{i=1}^n \Pr(F_i) \quad (3.16)$$

und für ein Parallelsystem als

$$\Pr(F_S) = 0 . \quad (3.17)$$

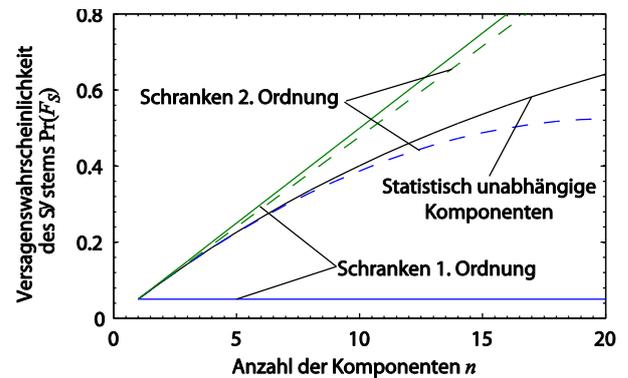
Somit ergeben sich als Schranken 1. Ordnung für ein Seriensystem

$$\max_i \Pr(F_i) \leq \Pr(F_S) \leq \sum_{i=1}^n \Pr(F_i) \quad (3.18)$$

und für ein Parallelsystem

$$0 \leq \Pr(F_S) \leq \min_i \Pr(F_i) . \quad (3.19)$$

In Bild 3.7 sind die Wahrscheinlichkeitsschranken dargestellt für ein Seriensystem mit Komponenten, deren Versagenswahrscheinlichkeit  $p_i = \Pr(F_i) = 0,05$  ist.



**Bild 3.7:** Schranken für die Versagenswahrscheinlichkeit eines Seriensystems.

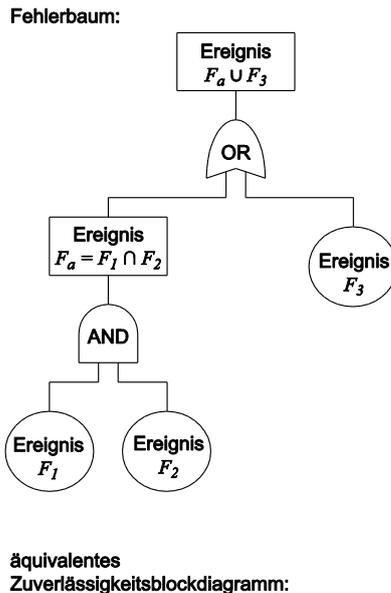
Die Schranken 2. Ordnung, welche in Bild 3.7 ebenfalls dargestellt sind, ergeben sich für ein Seriensystem nach Ditlevsen (1979) zu

$$\Pr(F_S) = \begin{cases} \geq \Pr(F_1) + \sum_{i=2}^n \max \left[ 0, \Pr(F_i) - \sum_{j=1}^{i-1} \Pr(F_i \cap F_j) \right] , \\ \leq \Pr(F_1) + \sum_{i=2}^n \Pr(F_i) - \max_{j < i} \Pr(F_i \cap F_j) . \end{cases} \quad (3.20)$$

Diese Schranken heißen Schranken 2. Ordnung, weil sie zusätzlich zu  $\Pr(F_i)$  die Wahrscheinlichkeiten aller Schnittmengen zweier Versagensereignisse,  $\Pr(F_i \cap F_j)$ , benötigen. Die Schranken können geringfügig mit der Anordnung der Komponenten variieren. Es wird empfohlen, die Versagensereignisse  $F_i$  nach der Größe von  $\Pr(F_i)$  zu ordnen. Die Schranken 2. Ordnung in Bild 3.7 wurden unter der Annahme  $\Pr(F_i \cap F_j) = 0,05^2 = 0,0025$  berechnet.

### 3.3.5 Fehlerbäume

Zuverlässigkeitsblockdiagramme können auch als Fehlerbäume dargestellt werden. Diese sind insbesondere geeignet, um verschiedene Szenarien, die zum Systemversagen führen können, zu repräsentieren. In Bild 3.8 ist beispielhaft der Fehlerbaum dargestellt, der das Zuverlässigkeitsblockdiagramm für das allgemeine System aus Abschnitt 3.3.3 modelliert.



**Bild 3.8:** Fehlerbaum und äquivalentes Zuverlässigkeitsblockdiagramm aus Abschnitt 3.3.3.

Das System versagt, wenn entweder das Ereignis  $F_a = \{F_1 \cap F_2\}$  oder das Ereignis  $F_3$  eintritt. Das Ereignis  $F_a$  seinerseits tritt nur ein, wenn gleichzeitig die Ereignisse  $F_1$  und  $F_2$  eintreten. Im Fehlerbau befinden sich sogenannte „AND“-Gates und „OR“-Gates. Das „AND“-Gate entspricht der Parallel-Konfiguration (alle einmündenden Komponenten müssen versagen), während das „OR“-Gate der Serien-Konfiguration entspricht (es reicht aus, wenn eine der einmündenden Komponenten versagt). Da ein Fehlerbaum seinerseits als Zuverlässigkeitsblockdiagramm dargestellt werden kann, ist es möglich die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses Systemversagen mittels der in Abschnitt 3.3.3 und 3.3.4 eingeführten Regeln zu berechnen.

## 3.4 Zuverlässigkeit von Tragwerken

### 3.4.1 Das Tragwerk als Seriensystem von Bauteilen

Tragwerksysteme bestehen aus verschiedenen Bauteilen, welche auf unterschiedlichste Art und Weise versagen können, wie z.B. durch Biegeversagen, Schubversagen oder Stabilitätsversagen. Jedes Bauteilversagen  $F_i$  kann durch einen Grenzzustand  $g_i(\mathbf{X}) = 0$  definiert werden, wobei Bauteilversagen eintritt, wenn  $g_i(\mathbf{X}) \leq 0$ . Tragwerke können folglich als Systeme von Bauteilen interpretiert werden.

#### Statisch bestimmte Tragwerke

Statisch bestimmte Tragwerke zeichnen sich dadurch aus, dass das Versagen eines Bauteils unabhängig von der Versagensart zum Versagen des gesamten Tragwerks führt. Aus diesem Grund können statisch bestimmte Tragwerke als binäre Seriensysteme modelliert werden. Für jedes Bauteilversagen wird ein entsprechender Grenzzustand  $g_i(\mathbf{X}) = 0$  definiert. Die Wahrscheinlichkeit des Tragwerkversagens  $\Pr(F_S)$  ist dann gemäß Gleichung (3.2):

$$\begin{aligned} \Pr(F_S) &= \Pr(F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_n) \\ &= \Pr(\{g_1(\mathbf{X}) = 0\} \cup \{g_2(\mathbf{X}) = 0\} \cup \dots \\ &\quad \dots \cup \{g_n(\mathbf{X}) = 0\}) . \end{aligned} \quad (3.21)$$

Im Allgemeinen sind die Bauteilversagensereignisse  $F_i$  statistisch abhängig, da sie unter anderem von den gleichen Lasten abhängen. Da die statistische Abhängigkeit in der Regel positiv ist, kann durch Annahme statistischer Unabhängigkeit zwischen den Bauteilversagensereignisse  $F_i$  im Allgemeinen eine konservative Schätzung der Wahrscheinlichkeit des Tragwerkversagens bestimmt werden (siehe hierzu Abschnitt 3.3.3). Die statistische Abhängigkeit Bauteilversagensereignissen kann z.B. mittels FORM berücksichtigt werden. Dies wird in Abschnitt 3.4.3 näher erläutert

#### Statisch unbestimmte Tragwerke

Statisch unbestimmte Tragwerke versagen nicht zwangsläufig nach einem Bauteilversagen, da sie in der Regel redundant sind. Ausgehend von den Ausführungen in Abschnitt 3.3 scheint es naheliegend, statisch bestimmte Tragwerke als binäre Parallelsysteme oder allgemeine binäre Systeme zu modellieren. Leider ist der Zusammenhang zwischen Bauteilversagen  $F_i$  und dem Systemversagen  $F_S$  im

Fälle statisch unbestimmter Tragwerke wesentlich komplexer und lässt sich nicht durch binäre Systeme abbilden. Insbesondere spielt bei statisch unbestimmten Systemen das Bauteilverhalten eine wichtige Rolle, da die Belastung eines Bauteils von der Kapazität und den Verformungen der restlichen Bauteile abhängt. Bauteile versagen in der Regel spröde oder plastisch. Die entsprechenden Kapazitäts-Verformungs-Beziehungen sind schematisch in Bild 3.9 dargestellt.

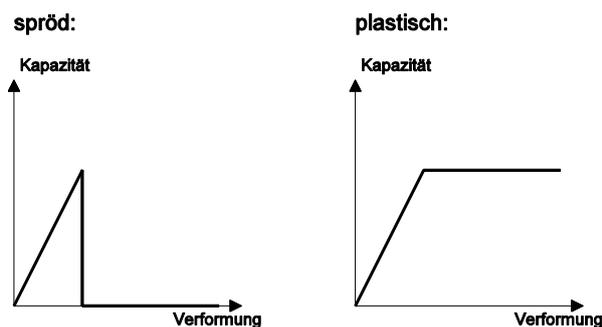


Bild 3.9: Sprödes und plastisches (duktils) Materialverhalten.

Wenn ein statisch unbestimmtes Tragwerk aus Bauteilen mit sprödem Bauteilverhalten besteht, kann oft davon ausgegangen werden, dass ein Systemversagen bereits mit dem ersten Bauteilversagen eintritt. Dies beruht auf der Tatsache, dass nach dem ersten Bauteilversagen die Lasten plötzlich umverteilt werden müssen, und somit die Belastung in den verbleibenden Bauteilen schlagartig zunimmt. Dies kann wiederum zum Versagen des nächsten Bauteils führen, womit die Belastung in den noch verbleibenden Bauteilen weiter zunimmt, usw. Ein solches Systemversagen wird als progressiver Kollaps bezeichnet. Folglich besteht bei statisch unbestimmten Tragsystemen mit sprödem Bauteilversagen keine oder nur eine geringe Redundanz. In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens annähernd gleich der Versagenswahrscheinlichkeit des Bauteils, welches als erstes versagt.

Im Gegensatz dazu besteht bei statisch unbestimmten Tragwerken mit plastischem Bauteilversagen oft eine große Redundanz. Zwar nimmt auch in diesem Fall die Last in den restlichen Bauteilen nach dem Versagen eines Bauteils zu, aber es kommt nicht unbedingt zum progressiven Kollaps. Meistens kommt es zur Ausbildung von plastischen Bereichen innerhalb des Tragwerks, welche sich zwar plastisch verformen aber einen Widerstand leisten, der ihrer maximalen plastischen Kapazität entspricht (siehe Bild 3.9).

Zusätzlich zur Berücksichtigung von plastischem und sprödem Bauteilverhalten müssen zur Bestimmung des Systemverhaltens als Funktion des Bauteilverhaltens verschiedene weitere Aspekte berücksichtigt werden, welche eine vollständige Zuverlässigkeitsanalyse basierend auf dem Ansatz, das Tragwerk als System von Bauteilen zu betrachten, höchst anspruchsvoll machen. So kann das Systemverhalten von der Reihenfolge der Belastung (Load History) abhängen. Dies ist insbesondere der Fall bei Stabilitätsversagen und sprödem Bauteilverhalten. Außerdem spielt insbesondere bei plastischem Verhalten die Duktilität oder Verformbarkeit der Bauteile eine wesentliche Rolle, da diese die Möglichkeit der Lastumlagerung bestimmt. In Abschnitt 3.4.2 wird eine praktische Methode zur Zuverlässigkeitsanalyse von statisch unbestimmten Tragwerken erläutert.

### 3.4.2 Das Tragwerk als Seriensystem von kinematischen Kollapsmechanismen

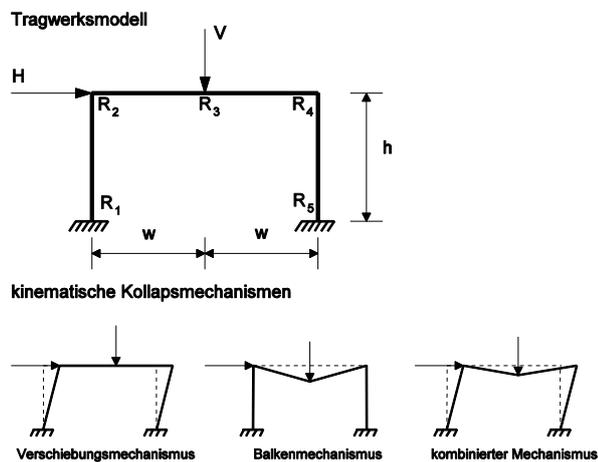
In diesem Abschnitt wird eine praktische Methode zur Zuverlässigkeitsanalyse von statisch unbestimmten Tragwerken mit plastischem Materialverhalten erläutert. Die Methode beruht auf der Fließgelenktheorie und dem kinematischen Traglastsatz, wobei kinematisch zulässige Kollapsmechanismen  $i$  mittels Grenzzustandsgleichungen  $g_i(\mathbf{X})$  beschrieben werden. Im Allgemeinen existieren für jedes Tragwerk mehrere potentielle kinematische Kollapsmechanismen. Ein Tragwerk versagt, wenn mindestens einer dieser kinematischen Kollapsmechanismen eintritt. Wenn jeder kinematische Kollapsmechanismus als Ereignis Versagen einer Komponente  $F_i$  betrachtet wird, dann lässt sich das Tragsystem als Seriensystem modellieren, unabhängig davon, ob es sich um ein statisch bestimmtes oder statisch unbestimmtes System handelt.

Theoretisch müssen alle kinematisch möglichen Kollapsmechanismen modelliert werden. Bei Tragwerken mit geringer statischer Unbestimmtheit können meistens alle kinematischen Kollapsmechanismen identifiziert werden. Dies ist bei komplexeren Tragwerken mit hoher statischer Unbestimmtheit selten möglich. Praktisch ist es aber ausreichend, die wenigen dominanten Mechanismen zu berücksichtigen. Dabei darf man nicht vergessen, dass die so bestimmte Zuverlässigkeit einem oberen Grenzwert, ausgenommen bei einer vollständigen Korrelation der Versagenswahrscheinlichkeiten, entspricht.

Das Ereignis „Eintreten des kinematischen Kollapsmechanismus  $i$ “ wird im Folgenden als  $F_i$  bezeichnet. Der entsprechende Grenzzustand wird als  $g_i(\mathbf{X}) \leq 0$  bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit des Tragwerkversagens  $\Pr(F_S)$  ist dann gemäß Gleichung (3.21)

$$\begin{aligned} \Pr(F_S) &= \Pr(F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_n) \\ &= \Pr(\{g_1(\mathbf{X}) \leq 0\} \cup \{g_2(\mathbf{X}) \leq 0\} \cup \dots \\ &\quad \dots \cup \{g_n(\mathbf{X}) \leq 0\}). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Als Beispiel ist ein Rahmentragwerk aus Stahl mit plastischem Bauteilverhalten in Bild 3.10 dargestellt. Dieses Tragwerk hat drei dominante kinematische Kollapsmechanismen, welche ebenfalls in Bild 3.10 dargestellt sind.



**Bild 3.10:** Statisch unbestimmtes Rahmentragwerk mit drei dominanten kinematischen Kollapsmechanismen.

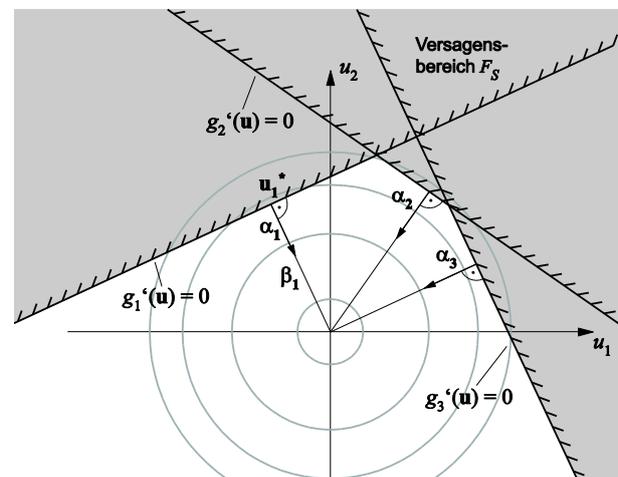
Die Grenzzustandsgleichungen für diese drei Mechanismen, welche mit dem Prinzip der virtuellen Arbeiten ermittelt werden können, lauten

$$\begin{aligned} g_1(\mathbf{X}) &= R_1 + R_2 + R_4 + R_5 - H \cdot h, \\ g_2(\mathbf{X}) &= R_2 + 2R_3 + R_4 - V \cdot w, \\ g_3(\mathbf{X}) &= R_1 + 2R_3 + 2R_4 + R_5 \\ &\quad - H \cdot h - V \cdot w. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit  $\Pr(F_S)$ , die mit Gleichung (3.22) gegeben ist, kann z.B. effizient mit FORM berechnet werden. Dies ist in Abschnitt 3.4.3 dargestellt. In vielen Fällen ist aber die Verwendung von Wahrscheinlichkeitsschranken erster Ordnung ausreichend (siehe Abschnitt 3.3.4).

### 3.4.3 Berechnung von Seriensystemen mittels FORM

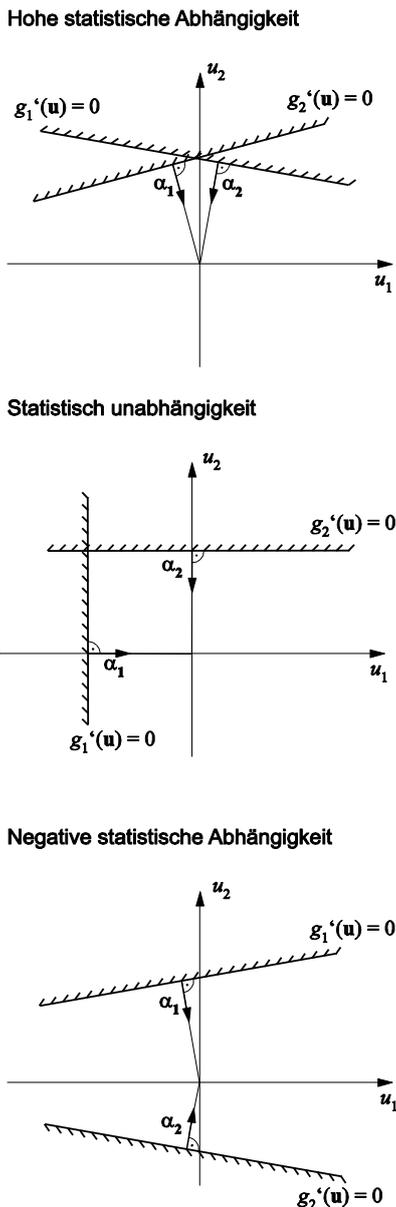
Die Versagenswahrscheinlichkeit  $\Pr(F_S)$  von Seriensystemen, bei denen die Versagensereignisse der konstituierenden Komponenten durch Grenzzustandsgleichungen  $g_i(\mathbf{X})$  definiert sind, kann mittels der First-Order Reliability Method (FORM) berechnet werden (siehe auch Abschnitt 2.5 ab Seite 8). Zu diesem Zweck wird für jede Grenzzustandsgleichung der Bemessungspunkt  $\mathbf{u}_i^*$  im Standardnormalraum bestimmt und der dazugehörige Zuverlässigkeitsindex  $\beta_i$  berechnet. Danach wird die Grenzzustandsgleichung linearisiert. Diese Situation ist schematisch in Bild 3.11 dargestellt.



**Bild 3.11:** Linearisierte Grenzzustandsgleichungen und zugehörige Versagensbereiche im Standardnormalraum.

Der Bereich, der dem Versagen des Systems entspricht, umfasst alle Versagensbereiche der einzelnen Grenzzustandsgleichungen. Dieser Bereich ist in Bild 3.11 in grau gekennzeichnet. Durch die Linearisierung der Grenzzustandsgleichungen wird der Versagensbereich in der FORM Methode durch ein Hyper-Polygon angenähert.

Die statistische Abhängigkeit zwischen den einzelnen Versagensereignissen  $F_i$  spiegelt sich in der Orientierung der Grenzzustände zueinander im Raum wieder. Je größer die Überschneidung der einzelnen Versagensbereiche, desto größer ist die statistische Abhängigkeit. Dies ist in Bild 3.12 schematisch dargestellt. Hieraus ist ersichtlich, dass die statistische Abhängigkeit als Funktion der Richtungsvektoren  $\alpha_i$  von den einzelnen Bemessungspunkten  $\mathbf{u}_i^*$  zum Ursprung des Koordinatensystems des Standardnormalraums bestimmt werden kann.



**Bild 3.12:** Geometrische Interpretation der statistischen Abhängigkeiten der Versagensereignisse.

Zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit eines Seriensystems mit  $n$  Komponenten werden die Zufallsvariablen  $V_i = \alpha_i \mathbf{U}$ ,  $i = 1, \dots, n$  eingeführt, wobei  $\mathbf{U}$  der Vektor mit den Standardnormalen Basisvariablen ist. Die Dimension des Vektors  $\mathbf{U}$  entspricht den Koordinaten des Standardnormalraums. Die Zufallsvariablen  $V_i$  folgen deshalb der Multinormalverteilung mit Mittelwert 0, Standardabweichung 1 und Korrelationskoeffizienten

$$\rho_{ij} = \alpha_i^T \alpha_j, \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n. \quad (3.24)$$

Versagen nach der  $i$ -ten Grenzzustandsgleichung entspricht  $F_i = \{V_i \leq \beta_i\}$ . Die Wahrscheinlichkeit

vom Versagen des Seriensystems berechnet sich somit gemäß Gleichung (3.21) zu

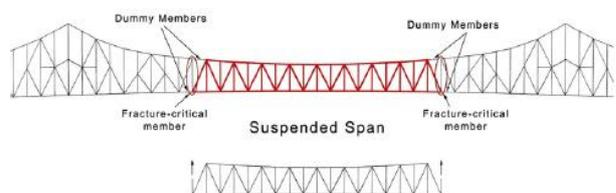
$$\begin{aligned} \Pr(F_S) &= \Pr(F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_n) \\ &= \Pr(V_1 \geq \beta_1 \cup V_2 \geq \beta_2 \cup \dots \\ &\quad \dots \cup V_n \geq \beta_n) \\ &= 1 - \Pr(V_1 < \beta_1 \cap V_2 < \beta_2 \cap \dots \\ &\quad \dots \cap V_n < \beta_n) \\ &= 1 - \Phi_n(\mathbf{B}, \mathbf{R}). \end{aligned} \quad (3.25)$$

In Gleichung (3.25) ist  $\Phi_n$  die  $n$ -variante Multinormalverteilung mit Mittelwert 0, Standardabweichung 1 und Korrelationsmatrix  $\mathbf{R}$ , welche an der Stelle  $\mathbf{B} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]^T$  ausgewertet wird. Die Elemente von  $\mathbf{R}$  sind die Korrelationskoeffizienten  $\rho_{ij}$  gemäß Gleichung (3.24).

### 3.5 Verschiedene Ansätze in der Literatur

Die Modellierung von Tragwerkssystemen wird im Folgenden anhand von Beispielen aus der Literatur betrachtet. Diese Beispiele sind entweder direkt auf die Anwendung auf Brückenbauwerke bezogen oder stellen eine allgemeine Methodik für Tragwerkssysteme dar. Die Verbindung mit den in vorhergehenden Abschnitten dargestellten Grundlagen wird hervorgehoben.

In Catbas et al. (2008) wird eine Auslegerfachwerkbrücke mit großer Spannweite betrachtet. Die betrachtete Brücke ist in Bild 3.13 dargestellt.



**Bild 3.13:** Auslegerfachwerkbrücke (Catbas et al., 2008).

In Catbas et al. (2008) werden die Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Fachwerkbauteile der Brücke unter Berücksichtigung der Versagensereignisse Stabilität und Plastizieren berechnet. Diese Versagensereignisse wurden durch ein Dehnungskriterium modelliert. Die Dehnungen an der Brücke wurden an einem zweidimensionalen und an einem dreidimensionalen Finite-Elemente-Modell berechnet oder mit Dehnungsmessstreifen gemessen. Die Zuverlässigkeitsberechnung wurde mit FORM durchgeführt.

Die Systemversagenswahrscheinlichkeit wird durch die Anwendung der Verfahren für logische Systeme für die betrachteten Lastfälle berechnet (siehe Abschnitt 3.3). Die Brücke wird als Kombination von Serien- und Parallelsystemen modelliert (Bild 3.14). Das Gesamtsystem wird als ein Seriensystem von Fachwerkträgern modelliert, wobei jeder Fachwerkträger wiederum als ein Parallelsystem von Bauteilversagensereignissen modelliert wird (siehe Bild 3.14). Jede Komponente des logischen Systems stellt ein Bauteilversagensereignis dar. Die Versagenswahrscheinlichkeiten werden laut Catbas et al. (2008) separat für jede Komponente berechnet. Anschließend wird basierend auf der Struktur des logischen Systemmodells die Systemversagenswahrscheinlichkeit berechnet, d.h. es wird angenommen, dass die Versagensereignisse der verschiedenen Komponenten des Systems unabhängig voneinander sind. Mögliche Interaktionen zwischen den Versagensereignissen werden vernachlässigt.

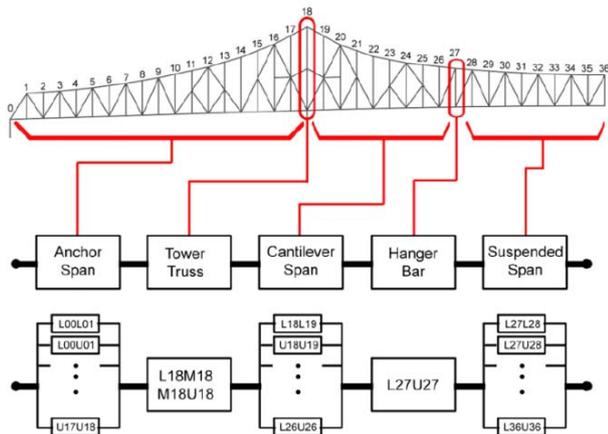


Bild 3.14: Logisches Systemmodell aus (Catbas et al., 2008).

Diese Vorgehensweise wird als unzureichend angesehen, da (1) das Verhalten der Bauteile der Fachwerkträger nach dem Versagen, (2) ein mögliches progressives Versagen der Fachwerkträger, (3) der Einfluss von Lastumlagerungen innerhalb der Fachwerkträger und (4) der Einfluss der Korrelation zwischen den Versagensereignissen der Bauteile der

Fachwerkträger vernachlässigt werden. Hierdurch ist es möglich, dass die Systemversagenswahrscheinlichkeit unterschätzt wird (siehe Abschnitt 3.3.4).

Ebenfalls logische Systeme (siehe Abschnitt 3.3) werden in Schnetgöke et al. (2006) verwendet und es wird ein großmaßstäblicher Modellversuch betrachtet. Das einfache Tragwerksystem, ein statisch bestimmter auskragender Spannbetonbalken (siehe Bild 3.15), wird als Seriensystem von Versagensereignissen des Balkens modelliert.

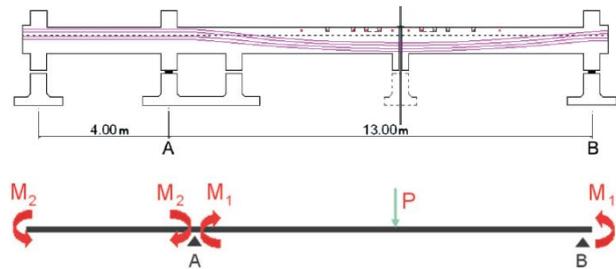


Bild 3.15: Längsschnitt des Spannbetonbalkens, statisches System und Belastung aus (Schnetgöke et al. 2006).

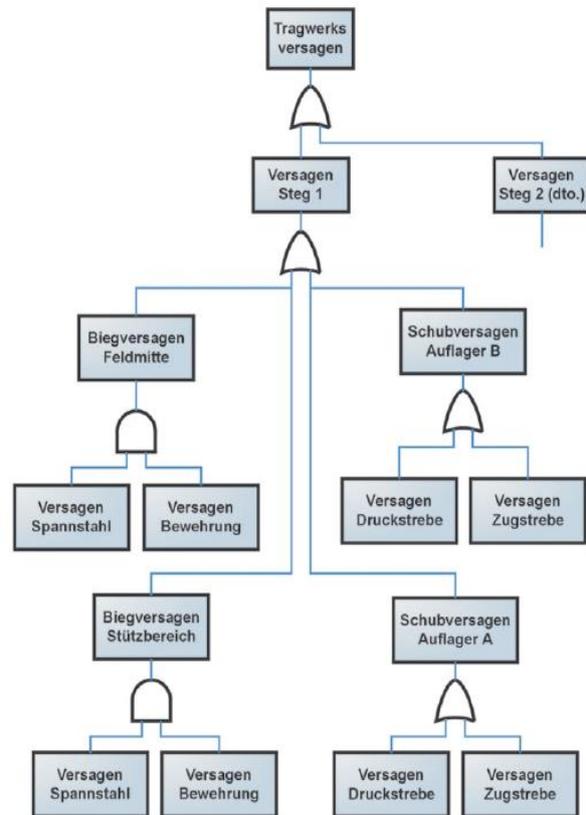


Bild 3.16: Fehlerbaum (Schnetgöke et al., 2006).

Als Versagensereignisse werden sowohl Biegeversagen in Balkenmitte als auch Biegeversagen und Schubversagen an den Auflagern betrachtet. Das System wird mittels eines Fehlerbaums modelliert

(siehe Bild 3.16). Hierbei ist hervorzuheben, dass die einzelnen Versagensereignisse nochmals in Unterversagensereignisse unterteilt wurden. Der Fehlerbaum lässt sich aber wiederum auf ein logisches System zurückführen.

Dieser Ansatz ist zulässig, da er auf der Tatsache beruht, dass bei statisch bestimmten Tragwerksystemen Systemversagen eintritt, sobald eines der betrachteten Bauteilversagensereignisse eintritt (siehe Abschnitt 3.4.1). Es muss aber hervorgehoben werden, dass in Schnetgöke et al. (2006) die Korrelation der Versagensereignisse nicht betrachtet werden. Im Falle eines Seriensystems von Versagensereignissen wird hiermit im Allgemeinen jedoch eine konservative Schätzung der Wahrscheinlichkeit des Tragwerkversagens bestimmt (siehe hierzu Abschnitt 3.4)

In Lee und Song (2011a) und Lee und Song (2011b) wird die Zuverlässigkeit eines redundanten Fachwerksystems im Grenzzustand der Ermüdung durch die Weiterentwicklung einer „Branch-and-Bound“-Methode bestimmt. Dabei werden die kritischen Pfade in einem Ereignisbaum, welche den sequentiellen Ausfall von Komponenten modelliert, schrittweise berechnet und gleichzeitig werden die Schranken der Systemzuverlässigkeit verengt. Dieser Algorithmus (Bild 3.17) konvergiert zur Systemversagenswahrscheinlichkeit.

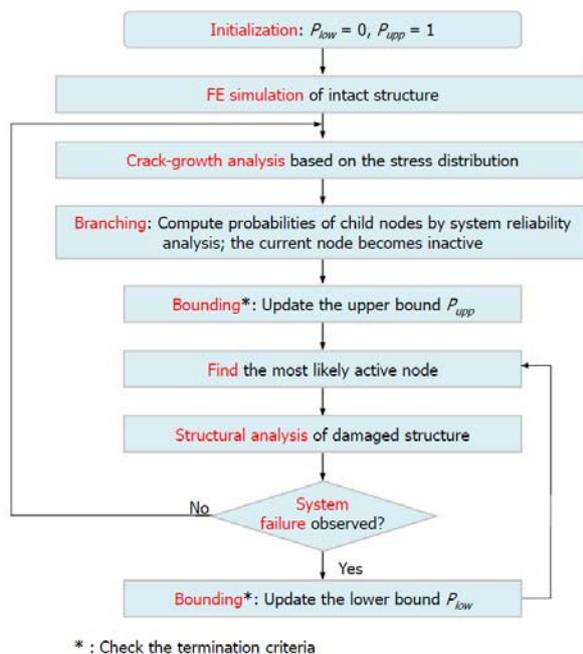


Bild 3.17: Darstellung des Ansatzes (Lee und Song, 2011a).

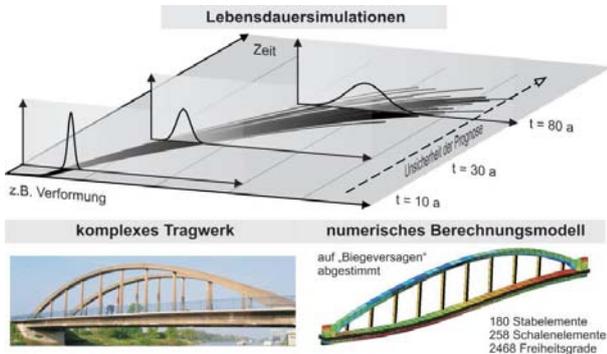
Jeder Pfad im Ereignisbaum entspricht dann einem sequentiellen Ausfall von Bauteilen in einem System, wobei Lastumlagerungseffekte berücksichtigt werden. Die Korrelation der einzelnen Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Komponenten wird berücksichtigt. Diese Methode ist potentiell sehr genau, bedingt allerdings einen hohen Modellierungsaufwand, der für Standardbrücken wohl nicht zu vertreten ist.

Zur Berechnung der Systemversagenswahrscheinlichkeit können Tragwerksmodelle in einer stochastischen Finite-Elemente-Formulierung verwendet werden. Mit stochastischen Finite-Element-Modellen (FE-Modelle) können das Tragwerkswerkssystem, die Versagensmechanismen und die entsprechenden Zufallsvariablen und Zufallsfelder modelliert werden. In diesem Fall werden die Abhängigkeiten der einzelnen Komponenten durch die Strukturmechanik und die Korrelationen zwischen den Zufallsvariablen bzw. durch die räumliche Korrelation beschrieben. In Kombination mit solchen Modellgrundlagen kann die Systemzuverlässigkeit berechnet werden, indem geeignete Grenzzustandsgleichungen, die das Ereignis Systemversagen beschreiben, definiert werden. Darauf aufbauend kann die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens mittels verschiedener Methoden der strukturellen Zuverlässigkeitstheorie berechnet werden (siehe z.B. Abschnitt 2.5)

Interessant in Bezug auf Brücken ist die Arbeit von Ahrens und Mark (2011), in der ein umfassendes Modell einer Spannbetonbogenbrücke aufgebaut wurde. Die Modellierung der Brücke umfasst ein nicht-lineares Materialmodell auf der Grundlage der Schädigungstheorie und Plastizitätstheorie in Verbindung mit einem probabilistischen Modell einschließlich der Verwendung von Zufallsfeldern. Beispielhaft wurde mit diesen Modellen die Lebensdauer für den Versagensmechanismus Bewehrungskorrosion berechnet. Der verwendete Ansatz ist schematisch in Bild 3.18 dargestellt.

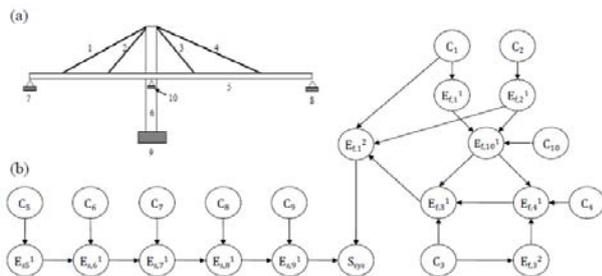
Ein wesentlicher Nachteil der Berechnung der Systemzuverlässigkeit mittels stochastischer FE-Methode ist der hohe Modellierungsaufwand, da in der Regel komplexe nichtlineare FE-Modelle verwendet werden müssen, um die Struktur und das Versagensverhalten des Tragsystems hinreichend genau abbilden zu können. Weiterhin sind nicht-lineare FE-Berechnungen im Allgemeinen rechenintensiv, weswegen auch bei der Verwendung effizienter Methoden zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit ein hoher Rechenaufwand zu erwarten ist.

Dieser Modellierungsaufwand ist wohl für Standardbrücken ebenfalls nicht vertretbar.



**Bild 3.18:** Lebensdauersimulationen und Anwendungsbeispiel aus der Arbeit von (Ahrens und Mark, 2011).

Die Veröffentlichung von Bensi et al. (2010) konzentriert sich auf die Verwendung von Bayes'schen Netzwerken zur Modellierung von Tragwerkssystemen. Der Schwerpunkt dieser Veröffentlichung liegt in der effizienten Formulierung Bayes'scher Netzwerke zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit auf der Grundlage von einem minimalen Komponenten-Sets (alle statisch bestimmten Untersysteme eines Tragwerkssystems) und einem minimalen Schnitt-Set (minimales Set von Komponenten, die durch Ausfall einen Tragwerksfehler verursachen). Die Ansätze bauen auf logischen Systemen (siehe Abschnitt 3.3) auf. Die Abhängigkeiten zwischen den Komponenten eines Tragwerks werden berücksichtigt.



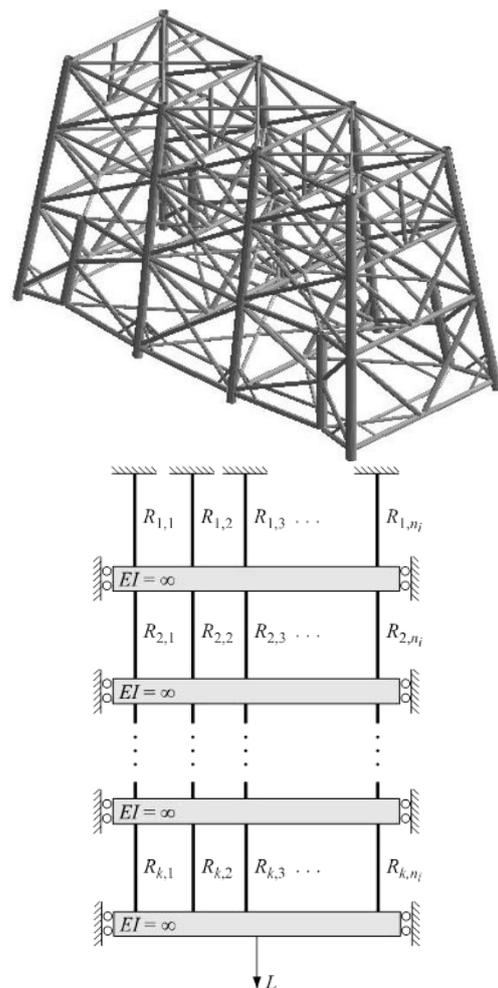
**Bild 3.19:** Beispiel für ein Bayes'sches Netzwerk für ein Brückentragwerk, aus Bensi et al. (2010).

Diese Methode ist effizient, sobald ein geeignetes Bayes'sches Netzwerk definiert ist. Der Aufwand zur Bestimmung eines geeigneten Bayes'schen Netzwerkes kann gegebenenfalls hoch sein und ist deswegen wohl nicht vertretbar für die Modellierung von Standardbrücken.

In der Veröffentlichung von Straub und Der Kiureghian (2011) geht es um die Bestimmung der Zielzuverlässigkeit einer Komponente eines Tragwerks, wenn die Systemzielzuverlässigkeiten gegeben sind. Dies stellt ein aktuelles Problem dar, da die

durch eine globale Kosten-Nutzen-Analyse bestimmten Zielzuverlässigkeiten z. B. im Probabilistic Model Code (JCSS, 2006), sich auf ein Tragwerkssystem, d.h. ein Bauwerk, beziehen. Die Bemessung und die Bewertung von Schadenszuständen erfolgt jedoch häufig auf Komponentenebene und dafür werden die Zielzuverlässigkeiten benötigt.

Interessant an diesem Ansatz im Kontext der Systemzuverlässigkeit ist, dass die Signifikanz einer Komponente in einem Tragwerk bestimmt und durch ein idealisiertes Ersatzsystem beschrieben wird (siehe Bild 3.20). Die Signifikanz einer Einzelkomponente wird dabei als Differenz der Versagenswahrscheinlichkeit des intakten Systems und des System mit dem ausgefallenen Element berechnet. Es werden sowohl die Abhängigkeiten zwischen den Versagensmechanismen und die Unbestimmtheit der statischen Systeme berücksichtigt.



**Bild 3.20:** Repräsentation einer Offshore-Jacket-Struktur durch ein äquivalentes Ersatzsystem (Straub und Der Kiureghian, 2011).

Dieser Ansatz erscheint vielversprechend, da der Aufwand für die Bestimmung der Ersatzsysteme

und somit der Aufwand für die Berechnung der Systemzuverlässigkeit eines geschädigten Bauwerks relativ gering ist, wenn die Versagenswahrscheinlichkeiten des intakten Systems und des Systems mit einzelnen ausgefallenen Bauteilen bekannt sind. Hierbei ist jedoch hervorzuheben, dass die Methode für redundante Tragwerksysteme, wie z.B. Offshore-Jacket-Strukturen entwickelt wurde. Für die Anwendung auf Standardbrückenbauwerke muss die Methode modifiziert werden.

### 3.6 Modell zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit von Brückenbauwerken

#### 3.6.1 Systemzuverlässigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Im folgenden Abschnitt wird ein Ansatz für Modelle zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit von Brückenbauwerken vorgeschlagen. Ausgehend von den Ausführungen in Abschnitten 3.4 und 3.5 scheint es sinnvoll, unterschiedliche Modelle für Brückenbauwerke mit einfachen Tragsystemen und komplexen Tragsystemen zu verwenden. In diesem Zusammenhang werden folgende Brückenbauwerke als einfach eingestuft:

- statisch bestimmte Brückenbauwerke,
- Brückenbauwerke mit einem geringen Grad an statischer Unbestimmtheit, geringer Redundanz oder sprödem Bauteilversagen, und
- mehrfach statisch unbestimmte Balkenbrücken, bestehend aus einfachen Balkenträgern<sup>5</sup>, wie z.B. einzellige Hohlkastenträger aus Stahlbeton oder Spannbeton.

Als Modell für die Berechnung der Systemzuverlässigkeit einfacher Brückenbauwerke im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird vorgeschlagen, ein logisches Seriensystem von Versagensereignissen  $F_i$  des Brückenbauwerkes zu verwenden. Wenn  $n$  Versagensereignisse berücksichtigt werden, hat das Seriensystem  $n$  Elemente. Jedes Versagensereignis  $F_i$  wird durch einen Bereich  $\Omega_{F_i} = \{g_i(\mathbf{x}) \leq 0\}$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$ , die eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  haben, definiert (siehe auch Abschnitt 2.5). Hierbei ist  $g_i(\mathbf{x})$  die zum Versagensereignis  $F_i$  zugeordnete

Grenzzustandsfunktion und  $\mathbf{x}$  ist eine Realisation der Basisvariablen  $\mathbf{X}$ . Analog wird das Systemversagensereignis  $F_s$  des Seriensystems der Versagensereignisse  $F_i$  durch einen Bereich  $\Omega_{F_s}$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  definiert:

$$\begin{aligned} \Omega_{F_s} &= \{g_1(\mathbf{x}, t) \leq 0\} \cup \dots \cup \{g_n(\mathbf{x}, t) \leq 0\} \\ &= \{g_s(\mathbf{x}) \leq 0\} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Hierbei ist  $g_s(\mathbf{x})$  die Systemgrenzzustandsgleichung. Diese kann aus den individuellen Grenzzustandsgleichungen  $g_i(\mathbf{x})$  wie folgt gebildet werden (Straub, 2011):

$$g_s(\mathbf{x}) = \min_{1 \leq i \leq n} g_i(\mathbf{x}) \quad (3.27)$$

Es ist zu beachten, dass die Gleichungen (3.26) und (3.27) nur für Seriensysteme gültig sind (allgemeine Formulierungen siehe z.B. (Straub, 2010) oder (Ditlevsen & Madsen, 2005)). Die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens  $\Pr(F_s)$  kann durch Integration der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  der Basisvariablen über den Bereich  $\Omega_{F_s}$  bestimmt werden:

$$\Pr(F_s) = \int_{\Omega_{F_s}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad (3.28)$$

Das Integral in Gleichung (3.28) kann mit Methoden der Zuverlässigkeitstheorie gelöst werden (siehe Abschnitt 2.5).

Wesentlich für diesen Ansatz ist die Bedingung, dass das Tragsystem eines einfachen Brückenbauwerkes versagt, sobald eines der relevanten Versagensereignisse eintritt. Jedes relevante Versagensereignis wird durch eine Grenzzustandsgleichung definiert. Die relevanten Versagensereignisse werden in Abhängigkeit vom Tragsystem des Brückenbauwerkes bestimmt. Beispielsweise gehören im Falle von statisch bestimmten Tragsystemen die Ereignisse „Plastizieren eines Querschnitts“ oder „Knicken eines Stabes“ zu den relevanten Versagensereignissen (siehe Abschnitt 3.4.1). Im Falle von statisch unbestimmten Tragsystemen mit plastischem Materialverhalten gehört das Ereignis „Bildung eines kinematischen Kollapsmechanismus“ zu den

<sup>5</sup> Balkenbrücken können z.B. auch als Plattenbalken oder statisch unbestimmte Fachwerke ausgeführt werden. Diese Tragsysteme können abhängig vom Grad der statischen Unbestimmtheit und Redundanz als komplex eingestuft werden. Deswegen

ist es unter Umständen notwendig, andere Modelle, die zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit von komplexeren, redundanten Brückenbauwerken geeignet sind, zu verwenden.

relevanten Versagensereignissen (siehe Abschnitt 3.4.2).

Statisch bestimmte Brückenbauwerke versagen, wenn eines der Bauteile des Tragsystems versagt. In diesem Fall wird das Ereignis Systemversagen als Seriensystem aller Versagensereignisse der Bauteile modelliert (siehe Abschnitt 3.4.1). Hierzu wird für jedes Bauteilversagensereignis eine Grenzzustandsgleichung definiert, welche eine Komponente des Seriensystems darstellt. Da Bauteile auf unterschiedliche Weise versagen können, ist es gegebenenfalls notwendig, mehrere Grenzzustandsgleichungen für ein einzelnes Bauteil zu definieren. Das Bauteilversagensereignis „Plastizieren des Querschnitts“ kann z.B. an verschiedenen Orten entlang eines stabförmigen Bauteils eintreten. Hierfür wird das stabförmige Bauteil entlang seiner Längsachse in Querschnitte unterteilt und für jeden Querschnitt wird eine Grenzzustandsgleichung definiert. Nachdem alle relevanten Bauteilversagensereignisse durch Grenzzustandsgleichungen definiert sind, kann die Wahrscheinlichkeit des Tragwerkversagens z.B. gemäß Gleichung (3.28) bestimmt werden.

Im Fall von Brückenbauwerken mit einem geringen Grad an statischer Unbestimmtheit, geringer Redundanz oder sprödem Bauteilversagen, ist es ebenfalls zulässig, das Ereignis Systemversagen als Seriensystem von Bauteilversagensereignissen zu modellieren. Dieser Ansatz ist geeignet, da für diese Kategorie von Brückenbauwerken das Versagen eines Bauteils zu einer wesentlichen Schädigung und somit zum Versagen des gesamten Bauwerks führen kann (siehe auch Abschnitt 3.4.1).

Mehrfach statisch unbestimmte Balkenbrücken, bestehend aus einfachen Balkenträgern, werden gesondert betrachtet. Der Oberbau von Balkenbrücken wird vorwiegend durch Biegung beansprucht. Wenn der Brückenträger ein plastisches Versagensverhalten aufweist (d.h. die Bildung von plastischen Gelenken ist möglich), können kinematische Kollapsmechanismen als relevante Versagensereignisse definiert werden. In diesem Fall kann das Ereignis Systemversagen als Seriensystem von kinematischen Kollapsmechanismen modelliert werden (siehe Abschnitt 3.4.2). Die kinematischen Kollapsmechanismen, welche durch die Tragwerkseigenschaften, das Lastmodell und durch den Schädigungszustand der einzelnen Querschnitte bestimmt sind, können z.B. durch eine „Branch-and-Bound“-Methode (Abschnitt 3.5) bestimmt werden. Nachdem die kinematischen Kollapsmechanismen

identifiziert sind, kann die Systemversagenswahrscheinlichkeit z.B. gemäß Gleichung (3.25) bestimmt werden. Alternativ ist es in Anlehnung an den Ansatz, welcher für statisch bestimmte Tragsysteme gültig ist, möglich, das Ereignis Systemversagen von statisch unbestimmten Balkenbrücken als Seriensystem von Querschnittversagensereignissen zu modellieren. Hierfür wird das Balkensystem in Querschnitte aufgeteilt. Jedes Querschnittversagensereignis stellt folglich eine Komponente des Seriensystems dar. Dies ist ein konservativer Ansatz, da das Versagen eines Querschnitts einer statisch unbestimmten Balkenbrücke wegen Lastumlagerungen nicht zwangsläufig zum Systemversagen führen muss.

Es ist bei der Modellbildung darauf zu achten, dass alle relevanten Abhängigkeiten berücksichtigt werden. Abhängigkeiten, die aus dem Tragwerkssystem des Brückenbauwerks entstehen, können durch die Verwendung eines geeigneten strukturell-mechanischen Tragwerksmodells, welches zur Berechnung der Strukturantwort verwendet wird, berücksichtigt werden. Weiterhin ist es notwendig, die statistischen Abhängigkeiten zwischen den Basisvariablen, die durch gemeinsame Einflussfaktoren entstehen zu berücksichtigen. Die räumliche Variabilität z.B. von Materialparameter und Einwirkungen kann durch Zufallsfelder abgebildet werden. Die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Versagensereignissen, die durch die Interaktion von Versagensereignissen entstehen, können durch die Verwendung geeigneter Methoden zur Berechnung von Seriensystemen von Versagensereignissen berücksichtigt werden (siehe z.B. Abschnitt 3.4.3).

Das entwickelte Modell stellt eine generische Formulierung entsprechend der beschriebenen Annahmen und Gültigkeitsgrenzen dar. Die entwickelte Modellierung ist somit für viele Brückentypen anwendbar. Für komplexe Brückenbauwerke und für die Berücksichtigung von sehr spezifischen Szenarien sind detailliertere Modelle und Ansätze notwendig.

### 3.6.2 Systemzuverlässigkeit in einem Schädigungszustand

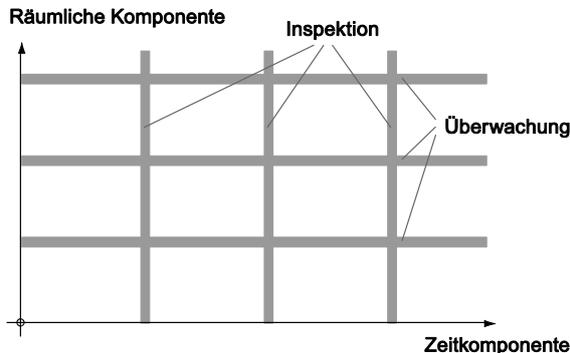
Für einen Schädigungszustand einer Brücke, wie z.B. Ermüdung, können die dokumentierten Ansätze der Systemzuverlässigkeit in Abschnitt 3.3 verwendet werden. So kann z.B. die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ermüdungsriss einer bestimmten Größe (entsprechend der Grenzzustandsfunktion) an einer Brücke auftritt, durch ein Seriensystem der Hot Spots unter Berücksichtigung der statistischen

Abhängigkeiten der Hot Spots mit den Ansätzen in Abschnitt 3.3 berechnet werden.

## 4 Klassifizierung von Inspektions- und Überwachungsverfahren

### 4.1 Überwachungsmaßnahme, Inspektion und Bauwerksprüfung

Um eine einheitliche und unmissverständliche Bezeichnung der Verfahren zu gewährleisten, ist die Erläuterung des Unterschieds zwischen Überwachungsmaßnahme, Inspektion und Bauwerksprüfung notwendig. Bild 4.1 zeigt schematisch den unterschiedlichen räumlichen und zeitlichen Informationsgehalt bei (a) einer Überwachungsmaßnahme und (b) bei einer Inspektion. Bei einer Überwachungsmaßnahme wird in der Regel an diskreten Stellen des Bauwerkssystems kontinuierlich über die Zeit gemessen. Bei Inspektionen werden in der Regel größere Teile des Bauwerks untersucht, dies aber nur zu bestimmten Zeitpunkten.



**Bild 4.1:** Schematische Darstellung des Unterschieds zwischen Inspektion und Überwachung hinsichtlich des räumlichen und zeitlichen Informationsgehalts.

In den Abschnitten 4.1.1 bis 4.1.3 wird der Unterschied erläutert und die Begriffe Inspektion, Bauwerksprüfung und Überwachung definiert.

#### 4.1.1 Inspektion

Eine Inspektion ist eine zeitlich diskrete Maßnahme zur Bestimmung von (a) direkten Einflussgrößen eines Schädigungsmechanismus, (b) Schäden, oder (c) indirekt an den Schadensmechanismus gekoppelte Größen. Inspektionsergebnisse können kontinuierlich (z.B. Betonüberdeckung) oder diskret (z.B. Ermüdungsriss vorhängen ja/nein) sein. Inspektionen können räumlich diskret oder räumlich verteilt (flächig) sein.

Bei einer Inspektion handelt es sich um eine Maßnahme zu einem bestimmten, diskreten Inspektionszeitpunkt  $t_{\text{insp}}$ . Dabei kann das Bauwerk jeweils genau an derjenigen Stelle untersucht werden, wo es gerade erforderlich ist. Wird beispielsweise an einer bestimmten Stelle ein Korrosionsherd oder ein Ermüdungsriss vermutet, wird genau an dieser kritischen Stelle überprüft, ob und in welcher Form die vermutete Schädigung  $M(X, t)$  vorliegt. An denjenigen Stellen, welche dieser Schädigung nicht ausgesetzt sind, ist dementsprechend keine Inspektion notwendig.

Bei Inspektionen können Ein- und Ausgabeparameter von Schädigungsmodellen sowie damit indirekt gekoppelte Phänomene beobachtet werden, welche beispielhaft durch

- Risslänge bzw. -tiefe,
- Betonüberdeckung,
- Chloridkonzentration,
- Potentialdifferenz, etc.

gegeben sind.

Beispielsweise kann bei Vorliegen einer hohen Korrosionswahrscheinlichkeit die Entnahme von Chloridprofilen oder eine Potentialfeldmessung durchgeführt werden, um die Korrosionswahrscheinlichkeit zu aktualisieren und den Bauwerkszustand zu überprüfen und zu quantifizieren (Zilch et al., 2011; Fischer & Straub, 2011; Straub, 2011a).

Bei der Analyse eines Chloridprofils wird ein Bohrkern der Länge  $w$  (siehe Bild 2.1 auf Seite 3) des Betons oberhalb der Bewehrung mithilfe eines zylinderförmigen Bohrgeräts entnommen. Dieser wird anschließend in einer chemischen Analyse untersucht und dabei die Konzentration der eingedrungenen Chloridionen über die Länge  $w$  gemessen. Mithilfe dieser Information kann die Korrosionswahrscheinlichkeit aktualisiert werden (Greve-Dierfeld & Gehlen, 2010).

Bei einer Potentialfeldmessung wird die Potentialdifferenz zwischen Betonoberfläche und der darunter befindlichen Bewehrung mithilfe einer elektrochemischen Halbzelle gemessen. Je niedriger die Potentialdifferenz ist, desto wahrscheinlicher liegt eine aktive bzw. korrodierte Bewehrung vor – der Korrosionsprozess hat bereits eingesetzt (Keßler et al., 2012; Lentz, 2001; Faber & Johnsen, 2002).

### 4.1.2 Bauwerksprüfung

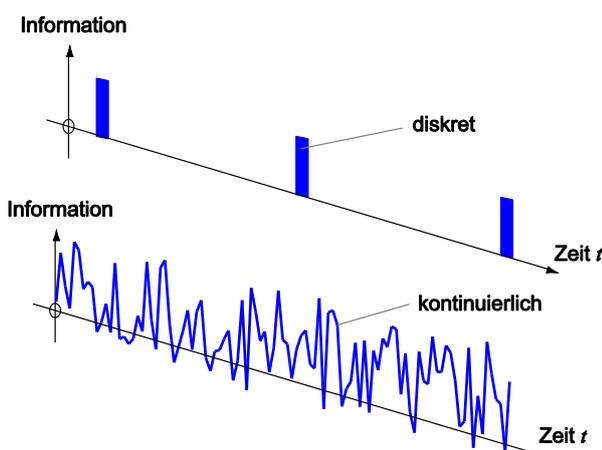
Eine Bauwerksprüfung umfasst gemäß DIN 1076 die Prüfung eines Bauwerks im drei- bzw. sechsjährigen Rhythmus unter besonderer Berücksichtigung der bei früheren Prüfungen gemachten Feststellungen. Jede Bauwerksprüfung umfasst die Erstellung eines entsprechenden Prüfberichtes. Die Prüfungen sind aufgeteilt in Hauptprüfung, einfache Prüfung, Prüfung aus besonderem Anlass/Sonderprüfung und Prüfung nach besonderen Vorschriften. Mit den Prüfungen ist ein sachkundiger Ingenieur zu betrauen, der auch die statischen und konstruktiven Verhältnisse der Bauwerke beurteilen kann.

Im Zuge von Bauwerksprüfungen werden hauptsächlich visuelle Inspektionen zur Erfassung des Bauwerkszustandes durchgeführt.

### 4.1.3 Überwachungsmaßnahme

Eine Überwachungsmaßnahme ist eine zeitlich kontinuierliche Maßnahme zur Bestimmung von (a) direkten Einflussgrößen eines Schädigungsmechanismus, (b) Schäden, oder (c) indirekt an den Schadensmechanismus gekoppelte Größen. Überwachungsergebnisse können kontinuierlich (z.B. Verformungen) oder diskret (z.B. Erreichen einer kritischen Chloridkonzentration ja/nein) sein. Überwachungen sind räumlich diskret.

Im Vergleich zu Inspektionen (Abschnitte 4.1.1) findet eine Überwachungsmaßnahme (Monitoring) nicht zeitdiskret sondern zeitkontinuierlich statt (Bild 4.2).



**Bild 4.2:** Der Informationsgewinn einer Inspektion ist zeitdiskret, der einer Überwachung ist zeitkontinuierlich gegeben.

Ein weiterer Unterschied ist dadurch gegeben, dass die Überwachung in der Regel mithilfe eines fest installierten Messsystems stattfindet, wobei die aus den Messungen gewonnenen Daten in der Regel nur

an bestimmten diskreten Stellen entnommen werden.

Die Orte, an denen die Daten im Rahmen einer Überwachung entnommen werden, sind idealerweise diejenigen Orte, an denen der Informationsgewinn durch das installierte Überwachungssystem maximal ist. Die Bestimmung dieser Anordnung ist somit ein Optimierungsproblem, welche im Rahmen des Programmes intelligente Brücke ebenfalls angesprochen werden sollte.

Mithilfe von Überwachungssystemen können sowohl Ein- als auch Ausgabeparameter von Modellen gemessen werden. Diese sind beispielhaft gegeben durch

- Verformungen,
- Geschwindigkeiten,
- Beschleunigungen,
- Dehnungen,
- Temperaturen,
- Korrosionsfortschritt etc.

Nachfolgend sind nun zwei verschiedene Klassifizierungen der Verfahren dargestellt. Die klassischere Klassifizierung berücksichtigt eher praktische Aspekte, während die in Abschnitt 4.3 neu eingeführte Klassifizierung sich auf die Art der von den Verfahren gewonnenen Informationen bezieht.

## 4.2 Klassifizierung gemäß ZfPBau-Kompendium der BAM

Das ZfPBau-Kompendium der BAM (Schickert, 2004) enthält eine detaillierte Auflistung der Prüfverfahren, die im Bauwesen eingesetzt werden, je mit Kurzbeschreibung, Charakterisierung, Anwendung und Bewertung. Die Verfahren werden dort wie folgt klassifiziert:

| Klassifizierung | Kategorien  |
|-----------------|---|
| Zeitaufwand     | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Langzeituntersuchung</li> <li>▪ mehr als ein Tag</li> <li>▪ weniger als ein Tag</li> <li>▪ weniger als eine Stunde</li> </ul>  |
| Handhabung      | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Anwendung nach einer Einweisung von wenigen Stunden möglich</li> <li>▪ Anwendung ohne Vorkenntnisse möglich</li> <li>▪ Durchführung der Untersuchung nur durch Spezialisten möglich</li> <li>▪ eine Schulung des Prüfpersonals ist notwendig</li> <li>▪ für das Prüfpersonal ist ein Zertifikat notwendig</li> </ul> |
| Technik         | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ chemische Testmethode</li> <li>▪ elementar-handwerkliche Testmethode</li> <li>▪ Hilfsgerät</li> <li>▪ Prüfverfahren mit aufwendigen Geräten</li> <li>▪ Prüfverfahren mit leicht handbarem Gerät</li> </ul>   |
| Ausprägung      | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ quasi-zerstörungsfrei</li> <li>▪ zerstörungsarm</li> <li>▪ zerstörungsfrei</li> </ul>  |
| Einsatzort      | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ direkt am Bauwerk möglich</li> <li>▪ Labormethode mit Probenahme</li> <li>▪ Messung und Auswertung direkt am Bauwerk möglich</li> <li>▪ Messung vor Ort, Auswertung im Labor</li> <li>▪ Sowohl am Bauwerk als auch im Laboratorium</li> </ul>  |
| Auswertung      | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ die Messdaten bedürfen einer aufwändigen Auswertung im Laboratorium</li> <li>▪ die Untersuchung liefert Absolutwerte vor Ort</li> <li>▪ die Untersuchung liefert Relativwerte vor Ort</li> </ul>   |

**Tab. 4.1:** Klassifizierung der Prüfverfahren gemäß ZfPBau-Kompendium der BAM (Schickert, 2004).

Aus Tab. 4.1 wird ersichtlich, dass die Klassifizierung der Prüfverfahren auf Kriterien basiert, die hauptsächlich Hinweise auf die Handhabung der Verfahren geben. Diese Klassifizierung erscheint im Rahmen dieses Projektes nicht zweckmäßig. Trotzdem ist das ZfP-Kompendium der BAM eine gute Anlaufstelle für die Suche nach Prüfverfahren und deren Beschreibung.

### 4.3 Vorgeschlagene Klassifizierung

Die Klassifizierung beinhaltet Inspektionen und Überwachungsmaßnahmen. Inspektionen sind, neben der Zustandsbewertung durch einen fachkundigen Ingenieur, ein Teil von Bauwerksprüfungen (vgl. Abschnitt 4.1.2).

Für die Analyse des Informationsgewinns aus Inspektions- und Überwachungsverfahren wird vorgeschlagen, diese Verfahren anhand folgender Parameter zu klassifizieren:

- Messparameter
- Messresultat
- Messdauer
- Messlokalität

Die potentiellen Kategorien dieser Klassifizierungen sind in Tab. 4.2 zusammengefasst. Die Kategorisierung anhand dieser Klassen dient einer systematischen Herangehensweise bei der quantitativen Modellierung von Inspektions- und Überwachungsverfahren und bei der Adaption von Schädigungs- und Zustandsmodellen mittels der Resultate aus diesen Verfahren.

| Klassifizierung   | Kategorien   |
|-------------------|--|
| Messparameter     | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ eine Eingangsgröße des Schädigungsmodells wird gemessen</li> <li>▪ direkte Schadensmessung (d.h. Messung der Ausgangsgröße des Schädigungsmodells)</li> <li>▪ eine indirekt gekoppelte Größe wird gemessen</li> </ul> |
| Messresultat      | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ kontinuierliches Messresultat (z.B. Chlorideintragtiefe)</li> <li>▪ diskretes Messresultat (z.B. binäre Schadensindikation)</li> </ul>  |
| Dauer der Messung | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ zeitlich diskrete Messungen</li> <li>▪ zeitlich kontinuierliche Messung</li> </ul>  |
| Messlokalität     | <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ räumlich diskrete Messungen</li> <li>▪ räumlich verteilte Messungen</li> </ul>  |

**Tab. 4.2:** Vorschlag zur Klassifizierung von Überwachungs- und Inspektionsverfahren.

Nachfolgend wird diese Klassifizierung beispielhaft für einige Inspektions- und Überwachungsverfahren durchgeführt.

#### 4.3.1 Beispiel 1: Dehnungsmessungen an Hot-Spots mit Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung von ermüdungswirksamen Spannungs-Zeit-Verläufen

Dehnungsmessstreifen erfassen Verformungen von Bauteilen. Hierzu werden die Dehnungsmessstreifen mit Spezialklebern auf die Oberfläche von Bauteilen aufgeklebt. Moderne Dehnungsmessstreifen basieren auf dem physikalischen Prinzip, dass sich der elektrische Widerstand eines leitenden Materials bei Deformation verändert. Die gemessenen Dehnungs-Zeit-Verläufe können mittels des Hooke'schen Gesetzes in Spannungs-Zeit-Verläufe

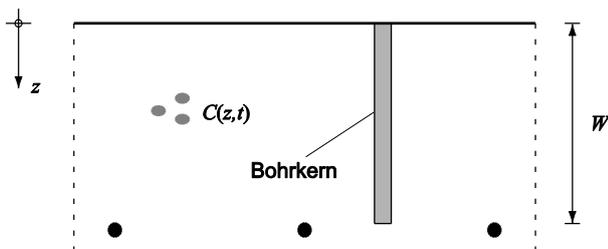
umgerechnet werden. Die Klassifizierung entsprechend Abschnitt 4.3 ist in der nachfolgenden Tab. 4.3 zu finden.

| Klassifizierung   | Kategorien  |
|-------------------|---|
| Messparameter     | ▪ eine indirekt gekoppelte Größe wird gemessen (aus den gemessenen Dehnungen werden Spannungen berechnet) |
| Messresultat      | ▪ kontinuierliches Messresultat   |
| Dauer der Messung | ▪ zeitlich kontinuierliche Messung  |
| Messlokalität     | ▪ räumlich diskrete Messungen   |

**Tab. 4.3:** Klassifizierung von Dehnungsmessungen an Hot-Spots mit Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung von ermüdungswirksamen Spannungs-Zeit-Verläufen.

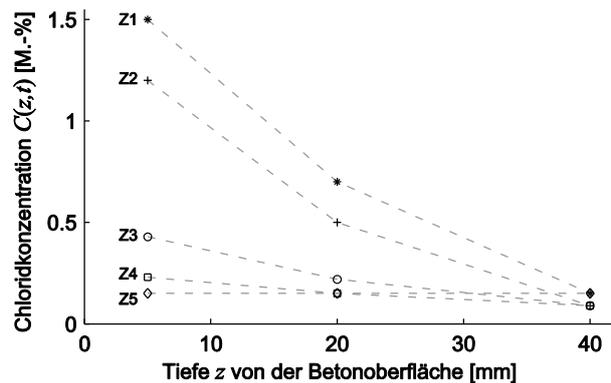
### 4.3.2 Beispiel 2: Konzentrationsmessung von Chloridionen über die gesamte Betonüberdeckung

Für den Schädigungsprozess der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion ist die Konzentration  $C(z, t)$  von Chloridionen aus Tausalzangriff die maßgebliche Größe. Deren Bestimmung erlaubt eine Abschätzung der Zeit bis zur Depassivierung des Bewehrungsstahls. Um die Eintragtiefe, Eintragungsgeschwindigkeit und die Konzentration von Chloridionen aus Tausalzbelastung im Beton zu messen, wird mithilfe eines Spezialbohrers ein oder mehrere Betonkerne über die gesamte Höhe der Betonüberdeckung gezogen (Bild 4.3).



**Bild 4.3:** Schematische Darstellung eines Bohrkerns über die Höhe der Betonüberdeckung.

Anschließend wird der gesamte Bohrkern im Rahmen mehrerer Bohrmehlproben  $BM_i$  je einer chemischen Analyse (potentiometrische Titration des Chloridgehalts des Bohrmehls) unterzogen (Greve-Dierfeld & Gehlen, 2010) und daraus die Chloridkonzentration berechnet (Bild 4.4).



**Bild 4.4:** Die verschiedenen gemessenen Chloridkonzentrationen aus den jeweiligen unterschiedlichen Bohrmehlproben Z1 bis Z5 (nach Greve-Dierfeld & Gehlen, 2010).

Die Messungen bzw. Bohrkernentnahmen werden dabei je zeitlich und räumlich diskret durchgeführt, die Messung der Konzentration erfolgt dann je in z.B. 2 oder 3 verschiedenen Tiefen  $z$ ; dazwischen wird linear interpoliert (Bild 4.4). Nachfolgende Tab. 4.3 klassifiziert die Verfahren gemäß Abschnitt 4.3 ab Seite 29.

| Klassifizierung   | Kategorien  |
|-------------------|---|
| Messparameter     | ▪ Der direkte Modelloutput $C(z, t)$ wird gemessen                      |
| Messresultat      | ▪ kontinuierliches Messresultat, ausgewertet in vereinzelten Tiefen $z$ |
| Dauer der Messung | ▪ zeitlich diskrete Messung   |
| Messlokalität     | ▪ räumlich diskrete Messungen   |

**Tab. 4.4:** Klassifizierung von Chloridkonzentrationsmessungen an verschiedenen diskreten Stellen auf der Betonfläche, jeweils ausgewertet in verschiedenen Tiefen  $z$ .

## 5 Modellierung von Inspektions- und Überwachungsverfahren

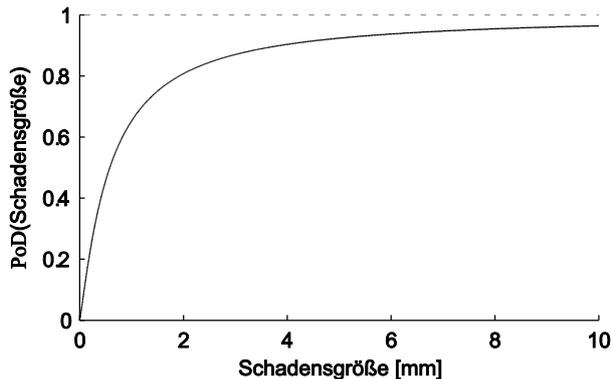
In allgemeiner Form lässt sich die Qualität eines Inspektions- oder Überwachungsverfahrens durch die sogenannte „Likelihood“ beschreiben. Allgemein ist der Likelihood definiert als die Wahrscheinlichkeit, bei gegebenem Zustand ein bestimmtes Messresultat zu erhalten, also:

$$\text{Likelihood} = \Pr(\text{Messresultat}|\text{Zustand}) \quad (5.1)$$

Die Likelihood ist ein Konzept aus der Statistik und erlaubt es, die Genauigkeit – und somit den Informationsgehalt – einer Aussage zu quantifizieren. Wie nachfolgend gezeigt, lässt sich die Qualität von Inspektions- oder Überwachungsverfahren immer durch eine Likelihood beschreiben.

## 5.1 Probability of Detection

Das wohl bekannteste Modell für die Qualität einer Inspektion ist die sogenannte „Probability of Detection“ (PoD). Diese gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmter Schaden entdeckt wird (Messresultat ist hier die Entdeckung, Zustand ist i.d.R. die Größe des Schadens) ein Beispiel einer solchen PoD ist nachfolgend dargestellt.



**Bild 5.1:** Die PoD-Kurve für die Rissgröße im Fall der Materialermüdung bei Stahlbauwerken.

In der Literatur finden sich für verschiedene Schädigungen die zugehörigen PoD-Kurven der Inspektionsmethoden. Die PoD ist im Allgemeinen abhängig vom Schadensausmaß, von den Umweltbedingungen, von der Genauigkeit des Messsystems und von der Fähigkeit des Inspektors. Die PoD wird in der Regel in Abhängigkeit von der Größe des vorliegenden Schadens definiert und lässt sich beispielsweise für die Rissgröße  $s$  bei der Materialermüdung als

$$\text{PoD} = \frac{\exp(a + b \log(s))}{1 + \exp(a + b \log(s))} \quad (5.2)$$

hinschreiben, wobei  $a$  und  $b$  festgelegte Konstanten sind. In Straub (2004) und Singh (2000) finden sich PoD für weitere Schädigungsmechanismen. Das Bild 5.1 zeigt den Zusammenhang aus Gleichung (5.2) für Parameter  $a = 0,63$  und  $b = 1,16$  (Straub 2004).

Es bleibt anzumerken, dass die PoD den Wert Eins in Realität i.d.R. nicht erreichen kann. Dies würde eine perfekte Inspektionsmethode voraussetzen, bei der jeder Schaden unabhängig von seinem Ausmaß entdeckt wird und keinerlei Messfehler verursacht werden.

## 5.2 Probability of False Alarm

Eine weitere wichtige Größe ist die Wahrscheinlichkeit eines Falschen Alarms, die „Probability of False Alarm“ (PoFA). Im Fall eines Falschen Alarms wird durch die Inspektion, Prüfung oder das Überwachungssystem eine Schädigung angezeigt, welche in Realität nicht vorhanden ist.

Unter Berücksichtigung von PoD, PoFA und eines angezeigten Schadens (ein angezeigter Schaden wird mit  $I$ , wie Indikation, bezeichnet), berechnet sich die Schädigungswahrscheinlichkeit  $\Pr(F|I)$  zu

$$\Pr(F|I) = \frac{\Pr(I|F) \Pr(F)}{\Pr(I|F) \Pr(F) + \Pr(I|\bar{F}) \Pr(\bar{F})}, \quad (5.3)$$

wobei  $\Pr(I|F)$  die PoD und  $\Pr(I|\bar{F})$  die PoFA bedeuten. Sollte die Messung keine Schädigung  $\bar{I}$  anzeigen, berechnet sich die Wahrscheinlichkeit  $\Pr(F|\bar{I})$  auf analoge Weise, jedoch werden die Wahrscheinlichkeiten der Komplementärereignisse von PoD und PoFA zu Rate gezogen.

## 5.3 Messfehler

Die Fehler, welche bei Messungen entstehen und deren Qualität beeinträchtigen, beruhen einerseits auf menschlichen Fehlern, andererseits auf Fehlern, welche auf die Messgeräte an sich zurückzuführen sind.

Die Messfehler, welche durch menschliches Versagen verursacht werden, können durch Versuche quantifiziert und erfasst werden. Bei bekannter vorliegender Schädigung wird Fachpersonal in aussagekräftigem Umfang zu einer Versuchsinspektion hinzugezogen. Dann wird notiert, wie häufig der Schaden detektiert bzw. gefunden wird. Mithilfe dieser Methode lässt sich dann der Messfehler  $\epsilon_{M,H}$  quantifizieren, der rein auf menschliche Ursachen zurückzuführen ist.

Der Messfehler  $\epsilon_{M,G}$ , welcher durch die Fehler in einem Messsystem (Sensoren und Verstärker) verursacht wird, kann auf zwei unterschiedliche Arten berechnet werden. Zum einen kann der physikalische Messprozess in einem Messsystem durch eine Prozessgleichung beschrieben werden. Zusammen mit einem probabilistischen Modell der Parameter dieser Prozessgleichung kann auf den Messfehler geschlossen werden. Andererseits kann der Messfehler durch Beobachtungen bei bekannten Randbedingungen aufgezeichnet und mithilfe einer statistischen Auswertung ermittelt werden. Diese beiden

Arten der Messfehlerberechnung werden nach den Richtlinien für die Berücksichtigung der Messunsicherheiten (ISO, 2008) unterschieden und können separat bestimmt werden.

Die Dissertation von Thöns enthält einen Ansatz, wonach beide Arten zur Bestimmung der Messunsicherheit berücksichtigt werden (Thöns, 2011). Dabei wird der Messfehler  $\epsilon_{M,G}$  auf der Grundlage einer Prozessgleichung als die A-Priori-Verteilungsfunktion, also als die Information die A-priori auf der Grundlage der physikalischen und probabilistischen Modelle über den Messprozess vorliegt, definiert. Statistische Modelle des Messfehlers  $\epsilon_{M,G}$  auf der Grundlage von Beobachtungen des Messprozesses werden als Likelihood-Verteilungsfunktion definiert. Mit Hilfe des Satzes von Bayes wird dann die A-posteriori-Verteilungsfunktion der Messunsicherheit bestimmt. Die A-posteriori-Messunsicherheit ermöglicht die Verwendung von allen Informationen über den Messprozess auf der Grundlage von physikalischen Modellen und von Beobachtungen.

Als Beispiel wird die Bestimmung der Messunsicherheit für Dehnmessstreifen erläutert. Den gemeinsamen Ausgangspunkt bildet die Messgleichung (Gleichung (5.4)) zur Berechnung des Messfehlers der Dehnungsmessung  $\epsilon_{M,G}$ , die sich aus der Addition der Modellunsicherheit  $\theta$  sowie der Fehler in der Verstärkerdehnung  $\epsilon_{amp}$  und der scheinbaren Dehnung  $\epsilon_{app}$  zusammensetzt (Keil, 1995).

$$\epsilon_{M,G} = \theta + \epsilon_{amp} + \epsilon_{app} . \quad (5.4)$$

Für die Bestimmung des Messfehlers auf der Grundlage einer Prozessgleichung werden die Zufallsvariablen der Messgleichung (5.4) durch physikalische Gleichungen, welche den Mess- und Verstärkungsprozess beschreiben, bestimmt. Die detaillierte Herleitung und Beschreibung dieser Gleichungen sowie die Diskussion der Randbedingungen ist in Thöns (2011) zu finden. Eine auf diese Weise ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f'_{\epsilon_{M,G}}(\epsilon_{M,G})$  wird als A-priori-Verteilungsfunktion definiert.

Auf der Grundlage von Beobachtungen werden die Zufallsvariablen der Messgleichung (5.4) direkt durch probabilistische Modelle beschrieben. Dabei können Messergebnisse aus Labor- oder Freifeldversuchen unter Berücksichtigung der späteren Einsatzbedingungen des Messsystems verwendet werden. Die Auswertung kann dabei beispielsweise mithilfe einfacher Datenauswertung oder mithilfe

der Maximum-Likelihood-Methode (MLE) erfolgen. Bei der einfachen Methode werden die Parameter erster und zweiter Ordnung ermittelt. Diese werden als Mittelwert und Standardabweichung bezeichnet und lassen sich mittels statistischer Auswertung zu

$$\bar{x} = \frac{1}{n_{\text{Daten}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{Daten}}} x_i \quad \text{und} \quad (5.5)$$

$$\bar{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{n_{\text{Daten}} - 1} \sum_{i=1}^{n_{\text{Daten}}} (x_i - \bar{x})^2} .$$

berechnen. Dagegen ist die MLE flexibler und hat verschiedene Vorteile (Straub, 2010a):

- Verschiedene unterschiedliche Arten von Beobachtungen können gleichzeitig zur Parameterbestimmung genutzt werden, z.B. Beobachtung von Fehlern und korrekt abgelesenen Werten;
- Die MLE ist auch noch bei fehlenden vorliegenden Daten leistungsfähig;
- Die Methode kann zur Parameterbestimmung für allgemeinere probabilistische Modelle herangezogen werden;
- Die Likelihood-Funktion aus der MLE kann für das Bayes'sche Updating gemäß der nachfolgenden Abschnitte genutzt werden;
- In der Regel ist die Standardabweichung (Gleichung (5.5)) bei der MLE niedriger, was sich insbesondere bei einer niedrigen Zahl von zur Verfügung stehenden Daten bemerkbar macht.

Bei der MLE werden die gesuchten Parameter (Mittelwert, Standardabweichung und evtl. weitere für die Verteilung notwendige Parameter) der angenommenen Verteilung  $f_x(x)$  so bestimmt, dass die Wahrscheinlichkeit, die tatsächlich gemessenen Werte  $X_i = x_i$  bei einer Messung zu erhalten, maximiert wird. Die so ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der mechanischen Dehnung auf der Grundlage von Beobachtungen wird als Likelihood  $L(\epsilon_{M,G})$  verwendet.

Die A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Dehnungsmessung, d.h. der Messfehler des Messsystems,  $f''_{\epsilon_{M,G}}(\epsilon_{M,G})$ , wird berechnet zu

$$f''_{\epsilon_{M,G}}(\epsilon_{M,G}) = c \cdot f'_{\epsilon_{M,G}}(\epsilon_{M,G}) \cdot L(\epsilon_{M,G}) , \quad (5.6)$$

wobei  $c$  eine Normierungskonstante repräsentiert (siehe später folgende Gleichung (6.5) auf Seite

35). Der Gesamtfehler  $\epsilon_M$  der Messmethode kann dann berechnet werden als

$$\epsilon_M = \epsilon_{M,G} + \epsilon_{M,H}, \quad (5.7)$$

Wobei  $\epsilon_{M,G}$  den durch das Gerät, und  $\epsilon_{M,H}$  den durch den Menschen verursachten Fehler repräsentieren. Je nach Verfügbarkeit von Daten über das Messverfahren zur Erstellung einer Prozessgleichung und der Verfügbarkeit von Beobachtungen mit anwendungsnahen Randbedingungen kann die Messunsicherheit entsprechend nur durch ein Verfahren berechnet werden.

## 6 Adaption der Schädigungsmodelle mittels Resultaten von Überwachung und Inspektion

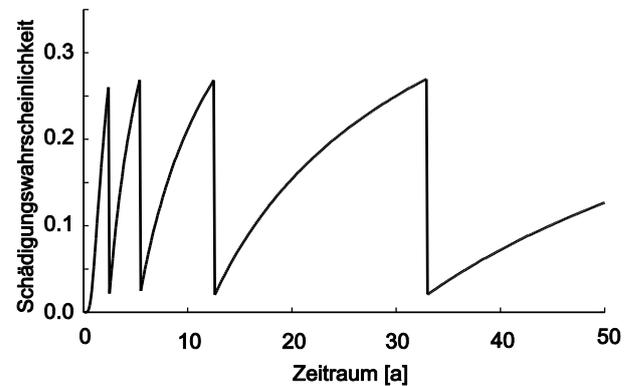
Ziel einer Inspektion bzw. einer Überwachung ist es, den Zustand eines Bauwerks zu beobachten und sich daraus Kenntnis über den aktuellen Bauwerkszustand zu verschaffen. Dabei kann als Messresultat sowohl das Ergebnis einer einfachen visuellen Inspektion (Bauwerksprüfung nach DIN 1076) wie auch die Resultate aus komplizierten Messungen und Analysen herangezogen werden.

Mithilfe der gewonnenen Daten aus Inspektion bzw. Überwachung ist es möglich, die Versagens- bzw. die Schädigungswahrscheinlichkeit einzelner Bauteile (Abschnitt 2) sowie die des Gesamtsystems (Abschnitt 3) auf Basis der Daten zu aktualisieren. Dadurch ist es möglich, je nach Inspektionsresultat, notwendige und passende Maßnahmen zur Reparatur oder Erneuerung der Bauteile zu ergreifen. Mit der Überlegung, wann wo welche Informationen eine zielgerichtete (proaktive) Maßnahme ermöglicht, kann schließlich eine optimale Inspektions- und Überwachungsstrategie bestimmt werden.

### 6.1 Methoden zur Aktualisierung der Schädigungs- und Bauwerksmodelle

Mithilfe von Inspektions- bzw. Überwachungsergebnissen lässt sich die Schädigungswahrscheinlichkeit aktualisieren. Das nachfolgende Bild 6.1 zeigt exemplarisch die Wahrscheinlichkeit des Erreichens des Schädigungsniveaus *SN1* eines Stahlbetonbauteils, jeweils zeitlich aktualisiert durch eine Potentialfeldmessung, welche jeweils keine Korrosion anzeigt. Die Aktualisierung erfolgt nach dem

Prinzip eines definierten Grenzpotentials: Liegt die gemessene Potentialdifferenz unterhalb des Grenzwerts, wird von Korrosion ausgegangen. Liegt sie oberhalb, nimmt man an, dass Korrosion bislang nicht initiiert wurde.



**Bild 6.1:** Die aktualisierte Schädigungswahrscheinlichkeit für ein Schädigungsniveau *SN1* aktualisiert durch Inspektionsergebnisse einer Potentialfeldmessung, die jeweils keine Schädigung anzeigt (nach Zilch et al., 2011).

In der in Abschnitt 8 folgenden Fallstudie wird die in Bild 6.1 gezeigte Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit auf die räumliche Bewertung ausgeweitet. Dabei kann die Korrosionswahrscheinlichkeit mit vereinzelt räumlichen Messungen für eine flächige Tragwerksbewertung aktualisiert werden.

Die Aktualisierung der Schädigungswahrscheinlichkeit findet mithilfe des Satzes der Bedingten Wahrscheinlichkeit statt. Sei  $Z$  das Ergebnis einer Inspektion und  $F$  das Ereignis der Schädigung. Die durch das Inspektionsergebnis aktualisierte Wahrscheinlichkeit berechnet sich dann zu

$$\Pr(F|Z) = \frac{\Pr(F \cap Z)}{\Pr(Z)}. \quad (6.1)$$

Durch Umstellen von Gleichung (6.1) kann die Wahrscheinlichkeit  $\Pr(F \cap Z)$  der Schnittmenge  $\{F \cap Z\}$  mithilfe der bedingten Wahrscheinlichkeiten ausgedrückt werden als

$$\Pr(F \cap Z) = \Pr(F|Z) \Pr(Z) = \Pr(Z|F) \Pr(F), \quad (6.2)$$

wodurch sich die auf das Inspektionsergebnis  $Z$  bezogene Schädigungswahrscheinlichkeit als

$$\Pr(F|Z) = \frac{\Pr(Z|F) \Pr(F)}{\Pr(Z)} \propto \Pr(Z|F) \Pr(F) \quad (6.3)$$

schreiben lässt, was als Satz von Bayes bezeichnet wird. Hierin beschreibt  $\Pr(Z|F)$  die Wahrscheinlichkeit, das Inspektions- bzw. Überwachungsresultat zu erhalten, wenn bekannt ist, dass die Schädigung  $F$  bereits eingetreten ist; dieser Faktor entspricht der Likelihood (Kapitel 5), d.h. hier werden die Modelle für die Inspektions- und Überwachungsverfahren eingesetzt.

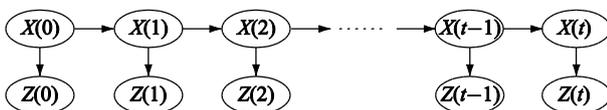
## 6.2 Aktualisierung der Schädigungswahrscheinlichkeit

Die Schädigungswahrscheinlichkeit kann jetzt mithilfe der Messresultate und unter Berücksichtigung der im vorigen Abschnitt angesprochenen Messfehler  $\epsilon_M$  bzw. der Wahrscheinlichkeit  $\Pr(Z|F)$  aktualisiert werden. Die Aktualisierung erfolgt dabei unter Zuhilfenahme des Satzes von Bayes (Bayes'sches Update), welcher durch die Formulierung in Gleichung (6.3) gegeben ist.

Das Bayes'sche Update kann dabei erfolgen durch:

- Aktualisierung einzelner direkter Modellparameter  $X_i$
- Aktualisierung des Modelloutputs  $M(X, t)$
- Aktualisierung des Schädigungsmodells anhand gewonnener großmaßstäblicher Messdaten

Die zuvor erwähnten Unterschiede zwischen Inspektion/Bauwerksprüfung und Überwachung (Abschnitt 6.1 ab Seite 33) spielen dadurch auch beim Aktualisieren eine wichtige Rolle. Grundsätzlich funktioniert die Aktualisierung auf die gleiche Art und Weise, jedoch ergeben sich Unterschiede im zeitlichen Verlauf. In jedem Zeitschritt  $t$  kann dabei der Zustand  $X(t)$  durch eine Beobachtung  $Z(t)$  aktualisiert werden. Das nachfolgende Bild 6.2 zeigt ein Markov-Modell mit dem Parameter  $X(t)$  und dessen Beobachtung  $Z(t)$ .



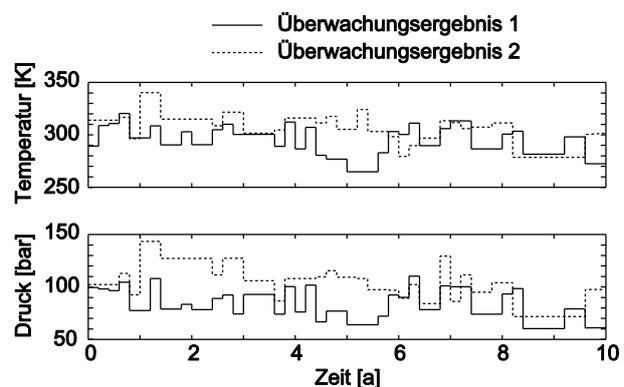
**Bild 6.2:** Eine Markov-Kette mit dem Modelloutput/-parameter  $X(t)$  und die Beobachtung  $Z(t)$  desselben.

Bei der Aktualisierung nach einer Inspektion wird die Schädigungswahrscheinlichkeit jeweils nach der Inspektion zeitdiskret aktualisiert (Bild 4.1 und Bild 4.2). Ein Beispiel für eine Aktualisierung mittels Inspektionsresultat zeigt Bild 6.1 auf Seite 33.

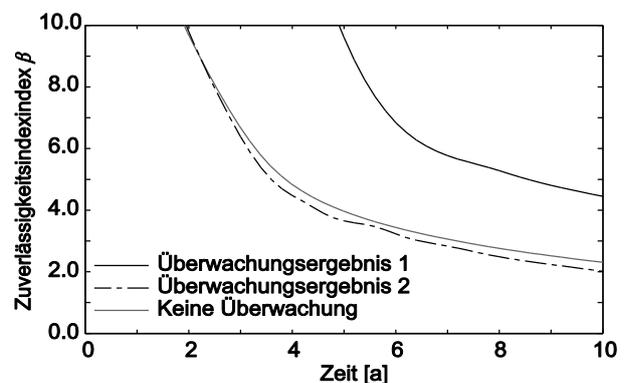
Die Aktualisierung durch Überwachungsdaten kann zeitkontinuierlich, grundsätzlich aber auf die gleiche

Weise wie bei der zeitdiskreten Aktualisierung erfolgen. Die Aktualisierung kann dabei durch Dynamische Bayes'sche Netze erfolgen (Straub, 2009a).

Bild 6.3 zeigt beispielhaft die Monitoring-Daten, welche an einem Pipeline-Element gemessen wurden (Temperatur und Druck), welche zur Aktualisierung der Zuverlässigkeit (Bild 6.4) des Elements zu Rate gezogen wurden (Straub, 2009b). Ähnliche Beobachtungen sind auch bei Brücken denkbar, etwa die Beobachtung der tatsächlichen Belastung, welche sich auf das Ermüdungsverhalten der Brücke auswirkt.

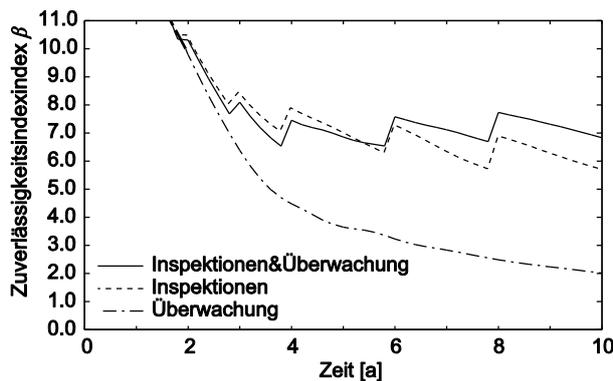


**Bild 6.3:** Die Monitoring-Daten (Temperatur und Druck) über die Zeit, welche zur Aktualisierung der Zuverlässigkeit eines Pipeline-Elements verwendet wurden, aus (Straub 2009b).



**Bild 6.4:** Mithilfe der Monitoring-Daten aus Bild 6.3 aktualisierte Zuverlässigkeit des Pipeline-Elements (Straub, 2009b).

Wie in Straub (2009b) gezeigt, lassen sich die Informationen aus Überwachung und Inspektionen auch direkt miteinander kombinieren. Ein entsprechendes Resultat ist nachfolgend in Bild 6.5 dargestellt.



**Bild 6.5:** Mithilfe der Monitoring-Daten aus Bild 6.3 und einzelner Inspektionen aktualisierte Zuverlässigkeit des Pipeline-Elements (Straub, 2009b).

Bei der Aktualisierung mithilfe von Monitoring-Daten kann auch ein „pseudo“-kontinuierliches Update erfolgen. Beispielsweise können Daten kontinuierlich über die Zeit gemessen werden, das Update hingegen zeitdiskret erfolgen. Dabei wird eine aussagekräftige Menge von Daten ausgewertet und das Modell oder die Parameter mithilfe dieser Daten aktualisiert.

### 6.2.1 Direkte Aktualisierung der Modellparameter

Die Aktualisierung einzelner direkter Modellparameter  $X_i$  kann erfolgen, wenn diese im Rahmen einer Messung untersucht werden. Beispielsweise kann bei der Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit auf die Messung der Überdeckungshöhe  $W$  zurückgegriffen werden.

Wie in Abschnitt 5.3 angesprochen, ist auch hierbei ein Messfehler  $\epsilon_M$  bzw. dessen Verteilungsdichtefunktion zu berücksichtigen, welcher in diesem Kontext die Grundlage für die Likelihood-Funktion  $L(\mathbf{x})$  bildet.

Sei der direkte Modellparameter  $X$  durch seine Verteilungsdichte  $f_X(x_i)$  beschrieben. Zu einem beliebigen Zeitpunkt wird eine direkte Messung des Parameters vorgenommen, dessen Fehler durch die Likelihood-Funktion  $L(x_i|x_M)$  gegeben sei. Die aktualisierte, auf das Messergebnis  $x_M$  bedingte, Verteilungsdichte  $f_X''(x_i)$  wird dann in Analogie zu Gleichung (6.3) geschrieben als

$$\begin{aligned} f_X''(x_i) &= c \cdot L(x_i|x_M) f_X(x_i) \\ &\propto L(x_i|x_M) f_X(x_i), \end{aligned} \quad (6.4)$$

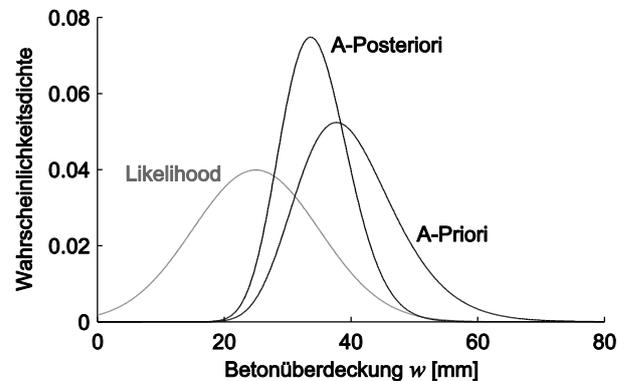
<sup>6</sup> Die relativ niedrige Qualität der Messmethode erkennt man am Abstand der Modi von Likelihood-Funktion und A-Priori-Verteilung, und an der Breite der Likelihood-Funktion (Bild 6.6).

wobei  $c$  eine Normierungskonstante darstellt, welche aus der Bedingung

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} f_X''(x) dx &= \int_{-\infty}^{+\infty} c \cdot L(x|x_M) f_X(x) dx \\ &= 1 \end{aligned} \quad (6.5)$$

gewonnen werden kann.

Am Beispiel einer Messung der Betonüberdeckung  $W$  an einem Betonbauteil wurde dies durchgeführt und ist in Bild 6.6 dargestellt. Die Betonüberdeckung wurde als lognormalverteilt mit  $\mu_W = 40$  mm und  $\sigma_W = 8$  mm angenommen (Straub, 2011a; Fischer und Straub, 2011).



**Bild 6.6:** Die A-Priori-Verteilungsdichte  $f_W(w)$ , die Likelihood-Funktion  $L(w|w_M)$  und die A-Posteriori-Verteilungsdichte  $f_W''(w)$  der Betonüberdeckung  $W$ .

Nach der Messung ergibt sich der Mittelwert zu etwa 38 mm und die Standardabweichung wurde reduziert, was an der schlankeren A-Posteriori-Verteilung erkennbar ist. Daran ist zu erkennen, dass das A-Priori-Modell trotz einer relativ niedrigen Qualität der Messmethode<sup>6</sup> verbessert wird.

Mit der aktualisierten Verteilungsdichte kann dann die aktualisierte Schädigungswahrscheinlichkeit  $\Pr(F|Z)$  berechnet werden, indem die A-Priori-Verteilung  $f_X(x_i)$  durch die aktualisierte Verteilung  $f_X''(x_i)$  aus Gleichung (6.4) ersetzt und damit die Berechnung nach Gleichung (2.23) durchgeführt wird. Zur Lösung derselben werden die in Abschnitt 2.5 erwähnten Structural-Reliability-Methoden (SRM), wie z.B. FORM oder Monte-Carlo-Simulation verwendet.

### 6.2.2 Aktualisierung der Schädigungswahrscheinlichkeit

Anstatt einen direkten Modellparameter  $X_i \in \mathbf{X}$  zu messen und die aktualisierte Schädigungswahrscheinlichkeit  $\Pr(F|Z)$  mithilfe einer SRM unter Verwendung der aktualisierten Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_X''(x_i)$  zu berechnen, kann auch ein beliebiger anderer Indikator des Schädigungsmodells gemessen und zur Aktualisierung der Schädigungswahrscheinlichkeit zu Rate gezogen werden.

Beim Beispiel der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion ist dies etwa durch die Messung der elektrischen Potentialdifferenz zwischen Betonoberfläche und der Bewehrung möglich. Da die Potentialdifferenz zwischen Bewehrung und Betonoberfläche insbesondere davon abhängt, ob der Bewehrungsstahl bereits depassiviert sind oder nicht, ist es möglich, auch großflächige Betonbauteile relativ schnell und zuverlässig auf Korrosionsschäden zu untersuchen. Dazu wird die Bewehrung an einer Stelle freigelegt und an die elektrische Halbzelle angeschlossen. Der zweite Pol ist an einem Wagen montiert, der dann über die gesamte Betonoberfläche bewegt und dadurch die Potentialdifferenz an jeder Stelle auf der Oberfläche gemessen wird (Lentz, 2001; Malioka, 2008).

Im Gegensatz zum zuvor beschriebenen Verfahren wird hier nicht der Modellinput/output aktualisiert, sondern eine mit dem Modelloutput gekoppelte Größe, die Korrosionswahrscheinlichkeit  $\Pr(F)$ .

Hierzu ist es notwendig, eine wahrscheinlichkeitbasierte Verbindung zwischen Modelloutput und der gemessenen Größe herzustellen. Dazu sind vier Größen von Bedeutung:

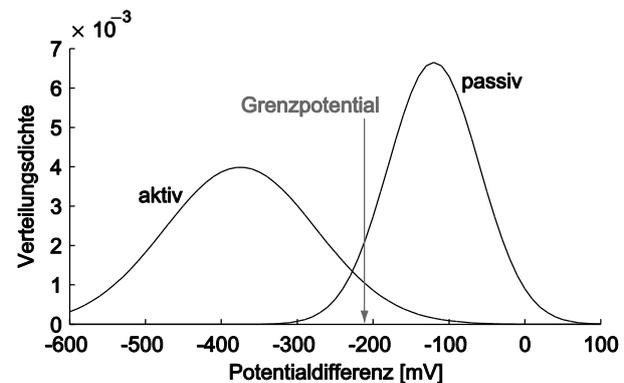
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine vorhandene Schädigung mit der verwendeten Messmethode auch als Schädigung zu detektieren; dies entspricht der „Probability of Detection“ (PoD).
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Schädigung zu detektieren, wenn in Realität keine Schädigung vorliegt; dies entspricht der „Probability of False Alarm“ (PoFA). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine vorhandene Schädigung nicht zu entdecken; diese ist gegeben zu  $1 - \text{PoD}$ .
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine nicht vorhandene Schädigung auch tatsächlich als eine solche zu detektieren; sie ergibt sich zu  $1 - \text{PoFA}$ .

Am Beispiel der Bewehrungskorrosion, bei der die Aktualisierung mithilfe der Potentialfeldmessung stattfinden soll, wurde dabei folgendermaßen vorgegangen. In einer Studie (Lentz, 2001; Malioka, 2008) wurden bei einer Betonbrücke Potentialfeldmessungen durchgeführt und der Beton oberhalb der Bewehrung anschließend abgetragen, um zu überprüfen, in wie weit die Potentialfeldmessung zuverlässige Ergebnisse erwarten lässt. Dabei wurden zwei Verteilungen gesucht: a) die Verteilung  $f_{U|A}(u|A)$  der Potentialdifferenzen, bei der die Bewehrung aktiv ist, also Korrosion bereits initiiert wurde, und b) die Verteilung  $f_{U|\bar{A}}(u|\bar{A})$ , bei der die Bewehrung nicht aktiv ist. Für beide Verteilungen wurde angenommen, dass diese jeweils normalverteilt seien, was in der Auswertung von Lentz (2001) auf einem Wahrscheinlichkeitspapier, bei dem normalverteilte Werte auf einer Geraden liegen, bestätigt wurde.

Anhand einer statistischen Auswertung wurden die gesuchten Parameter, je in [mV], für die beiden Verteilungsdichten  $f_{U|\bar{A}}(u|\bar{A})$  und  $f_{U|A}(u|A)$  zu

$$\mu_A = -375, \sigma_A = 100, \mu_{\bar{A}} = -120, \sigma_{\bar{A}} = 60 \quad (6.6)$$

ermittelt. Die beiden Verteilungen sind, zusammen mit dem Grenzpotential, in Bild 6.7 eingezeichnet.



**Bild 6.7:** Die beiden Verteilungsdichtefunktionen  $f_{U|\bar{A}}(u|\bar{A})$  und  $f_{U|A}(u|A)$  für jeweils passive und aktive Bewehrung, sowie das ermittelte Grenzpotential bei ca. -210 [mV] (Lentz, 2001).

Findet nun eine Potentialfeldmessung mit der Ausgabe  $U_M = u_M$  statt, muss eine Regel gegeben sein, mit der man das Messresultat deuten kann: Liegt Korrosion vor oder nicht? Dazu wird ein Grenzpotential  $U_{\text{Grenz}}$  festgelegt, anhand dessen das Messresultat quantifiziert werden kann. Ist der Messwert größer als das Grenzpotential, ist davon auszugehen, dass die Bewehrung passiv ist und keine Korrosion initiiert wurde. Ist der Messwert kleiner als

$U_{\text{Grenz}}$ , wird davon ausgegangen, dass Bewehrungskorrosion vorliegt. Im vorliegenden Fall wurde das Grenzpotential derart festgelegt, dass eine vorhandene Bewehrungskorrosion in 95 % der Fälle auch als solche detektiert wird (Lentz 2001). Damit ist die PoD gegeben zu

$$\text{PoD} = \Pr(I|F) = 0,95, \quad (6.7)$$

was mit der Wahrscheinlichkeit einer Nichtentdeckung einer Schädigung von  $\Pr(\bar{I}|F) = 0,05$  einhergeht.

Durch das festgelegte Grenzpotential ist im vorliegenden Fall die Wahrscheinlichkeit eines falschen Alarms zu

$$\text{PoFA} = \Pr(I|\bar{F}) \approx 0,1 \quad (6.8)$$

gegeben, was wiederum bedeutet, dass eine tatsächlich passive Bewehrung mit der Wahrscheinlichkeit  $1 - 0,1 = 0,9$  auch als passiv erkannt wird.

Es bleibt zu beachten, dass die beiden Verteilungen gerade im vorliegenden Fall einen relativ kleinen Bereich aufweisen, in dem sie sich stark überdecken. Wird ein Messresultat in genau diesem Bereich gemessen, ist die Zuordnung, ob die Bewehrung aktiv oder passiv ist, nicht einfach und mit großer Unsicherheit behaftet. In diesem Fall ist die Likelihood  $\Pr(I|F)$  kleiner und damit auch der Informationsgewinn aus der Messung geringer.

Auf analoge Weise kann ein Messkonzept für beliebige Schädigungsmodelle entwickelt bzw. angewandt und für das Bayes'sche Update verwendet werden. Es ist dabei stets erforderlich, wie zuvor erwähnt, einen Zusammenhang zwischen der Messgröße und der Schädigungswahrscheinlichkeit herzustellen.

### 6.2.3 Aktualisierung der Modelle mittels gewonnener Daten

Ist ein großer und aussagekräftiger Datenvorrat an Messresultaten vorhanden, ist es auch möglich, ein vollständiges Schädigungsmodell  $M(\mathbf{X}, t)$  bzw. dessen Parameter  $\mathbf{X}$  zu aktualisieren. Die Auswertung kann dabei mittels deterministischer oder statistischer Methoden erfolgen.

Beispielsweise können bei einem Brückenbauwerk Wasseransammlungen zu schnellerem Chlorideintrag führen, was durch das A-priori-Schädigungsmodell nicht ausreichend genau beschrieben werden kann. Für solche Fälle kann das Schädigungs-

modell, etwa durch das Anlegen eines detailspezifischen Schadenskatalogs, angepasst und verbessert werden.

### 6.2.4 Aktualisierung empirischer Modelle

Auch empirische Modelle gemäß Abschnitt 2 ab Seite 2 können aktualisiert werden. Wird die Schädigungswahrscheinlichkeit in jedem Zeitschritt  $t$  mithilfe einer Markov-Kette gemäß Gleichung (2.20) auf Seite 8 berechnet, können Beobachtungen  $Z(t)$  direkt in das Modell integriert werden.

Auch hier ist es wieder wichtig, mit welcher Wahrscheinlichkeit die gemachte Beobachtung mit der Realität, also dem tatsächlichen Zustand des untersuchten Bauteils, übereinstimmt. Sei  $\mathbf{p}_{\text{Obs},k}$  die Wahrscheinlichkeit der Schädigungsniveaus  $SN_i$  im  $k$ -ten Zeitschritt und sei gegeben als

$$\mathbf{p}_{\text{Obs},k} = \begin{bmatrix} \Pr(SN1_k|Z_k) \\ \Pr(SN2_k|Z_k) \\ \Pr(SN3_k|Z_k) \\ \Pr(SN4_k|Z_k) \end{bmatrix}. \quad (6.9)$$

Mithilfe der Matrix  $\boldsymbol{\pi}$  der Übergangswahrscheinlichkeiten kann dann der Zustand im Zeitschritt  $t$  bedingt auf die Beobachtung im Zeitschritt  $k$  berechnet werden zu

$$\mathbf{p}_t = \boldsymbol{\pi}^{t-k} \cdot \mathbf{p}_{\text{Obs},k}. \quad (6.10)$$

Auch hier gilt, dass die Einführung eines Zustands  $SN5$ , welcher den Versagenszustand eines Bauteils kennzeichnet, als sinnvoll erachtet wird, um eine Versagenswahrscheinlichkeit berechnen zu können (Zilch et al., 2011).

### 6.2.5 Räumlich verteilte Schädigungen

Bei vielen Schädigungsvorgängen spielen insbesondere räumliche Abhängigkeiten der jeweiligen Modellparameter  $X_i$  eine wichtige Rolle.

Durch die Modellierung der jeweiligen Parameter  $X_i$  mittels räumlicher Zufallsfelder kann die Schädigungswahrscheinlichkeit durch den Informationsgewinn an einer beliebigen Stelle auf der Oberfläche auch an den umgebenden Orten aktualisiert und somit ein zusätzlicher Informationsgewinn erzielt werden.

Dazu ist eine Parametermodellierung mittels räumlicher Zufallsfelder erforderlich, bei denen speziell die Kovarianzmatrix der einzelnen Modellparameter

bestimmt werden muss. Durch Annahme einer entsprechenden Korrelationslänge  $l_{X_i}$  kann diese beispielhaft durch

$$\text{Cov}[X_{i,j}, X_{i,k}] = \sigma_{X_i}^2 \exp\left(-\frac{d_{jk}}{l_{X_i}}\right) \quad (6.11)$$

modelliert werden, wobei  $X_{i,j}$  der Modellparameter  $X_i$  an der Stelle  $j$  auf der Oberfläche, und  $d_{jk}$  der euklidische Abstand zwischen den Orten  $j$  und  $k$  repräsentieren (Straub, 2011a; Fischer und Straub, 2011).

Im nachfolgenden Abschnitt 6.3 wird die Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit auch räumlich vorgenommen und in den Bild 6.9 bis Bild 6.12 dargestellt.

## 6.3 Beispiel Korrosionswahrscheinlichkeit

### 6.3.1 Räumliche Aktualisierung

Als Beispiel soll die Korrosionswahrscheinlichkeit eines Betonbauteils mithilfe des Modells aus Gleichung (2.2) (Seite 3) berechnet werden. Die für die Berechnung verwendeten stochastischen Modellparameter  $\mathbf{X} = [C_S, C_{\text{krit}}, W, D]$  sind in der nachfolgenden Tab. 6.1 aufgelistet. Die Berechnungen wurden von den Autoren teilweise bereits in (Keßler et al., 2012) veröffentlicht.

Bei dem Bauteil handelt es sich um eine Stützwand, welche sich im Spritzwasserbereich des vorbeifahrenden Straßenverkehrs befindet. Das untersuchte Wandelement weist eine Länge von  $l = 12$  [m] und eine Breite von  $b = 5$  [m] auf.

| Zufallsgröße      | Dimension            | Parameter   | Verteilung |
|-------------------|----------------------|---|------------|
| $C_S$             | [Masse-% Zement]     | $\mu_{C_S} = 3,1$<br>$\sigma_{C_S} = 1,23$                        | Normal     |
| $C_{\text{krit}}$ | [Masse-% Zement]     | $\mu_{C_{\text{krit}}} = 0,8$<br>$\sigma_{C_{\text{krit}}} = 0,1$ | Normal     |
| $W$               | [mm]                 | $\mu_W = 40,0$<br>$\sigma_W = 8,0$                                | LogNormal  |
| $D$               | [mm <sup>2</sup> /a] | $\mu_D = 20,0$<br>$\sigma_D = 10,0$                               | LogNormal  |

Tab. 6.1: Die für die Beispielberechnung angenommenen Parameter  $\mathbf{X}$  des Korrosionsmodells aus Gleichung (2.2) (Seite 3).

Mithilfe einer FORM-Berechnung wurde die A-Priori-Korrosionswahrscheinlichkeit berechnet und in Bild 6.8 eingezeichnet. Da von einer homogenen

Betonoberfläche ausgegangen wird, ist die Korrosionswahrscheinlichkeit vor den Messungen an jeder Stelle auf der Betonoberfläche identisch und beträgt 61% (Bild 6.8).

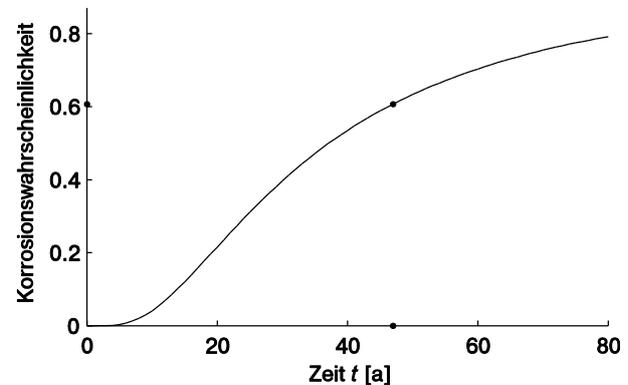


Bild 6.8: Die mittels FORM berechnete A-Priori-Korrosionswahrscheinlichkeit  $\text{Pr}(F)$ , zum Zeitpunkt der Inspektion beträgt die Korrosionswahrscheinlichkeit 61 %.

Das Bauwerk wurde 1961 errichtet und 2008, nach 47 Jahren, untersucht und die Bewehrung freigelegt. Der Zustand sollte durch die

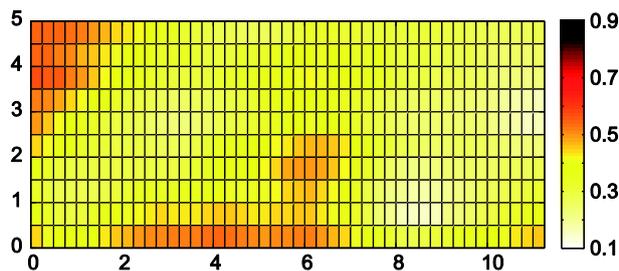
- Messung der Betonüberdeckung an jeder Stelle,
- Entnahme von Chloridprofilen an drei Stellen,
- Messung der Potentialdifferenz an jeder Stelle

analysiert und aktualisiert werden. Dazu wurden die Zufallsgrößen  $\mathbf{X}$  jeweils als räumliche Zufallsfelder mit Korrelationslängen von einem bzw. zwei Metern modelliert. Damit konnte die Kovarianzmatrix nach Gleichung (6.11) (Seite 38) berechnet werden.

### 6.3.2 Aktualisierung anhand Überdeckungsmessung

Die Aktualisierung erfolgte durch Messung der Betonüberdeckung  $W$  an jeder Stelle. Wie in Abschnitt 6.2.1 geschildert, wurde hier ein direkter Modellparameter gemessen. Mithilfe der Messwerte konnte der Mittelwert  $\mu_W$  und die Kovarianzmatrix  $C_{WW}$  aktualisiert werden und anschließend eine FORM-Berechnung durchgeführt werden. Die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit ist in Bild 6.9 dargestellt.

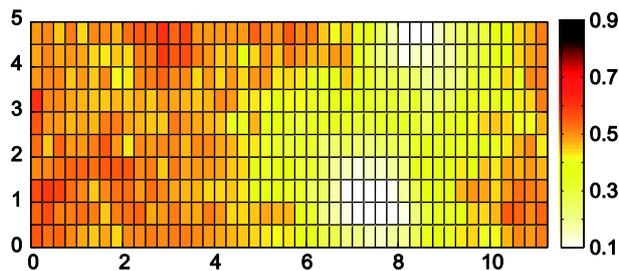
Es ist zu erkennen, dass sich die Schwankungen der gemessenen Überdeckung deutlich auf die Korrosionswahrscheinlichkeit auswirken.



**Bild 6.9:** Die durch die Messung der Betonüberdeckung aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit.

### 6.3.3 Aktualisierung anhand der Chloridprofile

Weiter wurden Chloridprofile an drei Stellen auf der Betonoberfläche entnommen. Dabei wurde die Konzentration  $C(z, t)$  in je drei verschiedenen Tiefen gemessen und zur Aktualisierung herangezogen. Hierbei wurde, wie in Abschnitt 6.2.2 beschrieben, der Modelloutput und unter Annahme eines Messfehlers  $\epsilon_M$  aktualisiert. Bild 6.10 zeigt die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit.



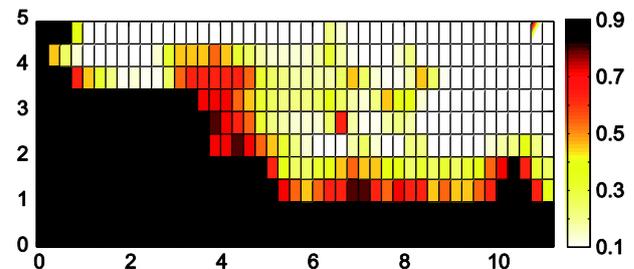
**Bild 6.10:** Die durch die Messung der Chloridkonzentration aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit.

Dabei sind die Orte der Konzentrationsmessung gut zu erkennen, da sie durch die weißen Bereiche gekennzeichnet sind. Dort wurde eine niedrigere Konzentration gemessen, als es vom Modell vorhergesagt worden wäre. Dies erklärt die deutlich reduzierte Korrosionswahrscheinlichkeit an diesen Stellen und die umgebenden Bereiche.

### 6.3.4 Aktualisierung anhand Potentialfeldmessung

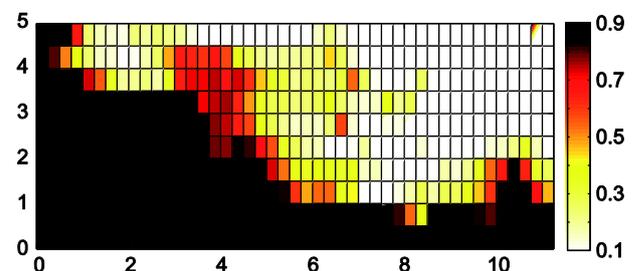
Als weiterer Indikator wurde die Potentialdifferenz zwischen Betonoberfläche und Bewehrung über die gesamte Betonoberfläche gemessen und damit das Bayes'sche Update vollzogen. Durch die statistische Auswertung der gemessenen Potentialdifferenzen konnte die in Abschnitt 5.1 ab Seite 31 angesprochene PoD ermittelt und zur Aktualisierung verwendet werden.

Die einzelnen Messungen wurden an allen Orten als voneinander statistisch unabhängig angenommen, was eine Aktualisierung an jedem Ort ohne Berücksichtigung der anderen Orte erlaubt. Die durch die gemessenen Potentialdifferenzen aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit ist in Bild 6.11 eingezeichnet.



**Bild 6.11:** Die durch die gemessenen Potentialdifferenzen aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit.

Mit den zuvor angesprochenen Methoden zur Aktualisierung der Schädigungswahrscheinlichkeit ist auch jeweils die Aktualisierung mithilfe aller Messresultate auf einmal möglich, was in Bild 6.12 dargestellt ist. Hier wurden die zuvor angesprochenen Aktualisierungen für alle drei Messresultate (Betonüberdeckungs-, Konzentrations- und Potentialfeldmessung) in einem vorgenommen.



**Bild 6.12:** Die mithilfe der gemessenen Betonüberdeckung, Chloridkonzentration und Potentialdifferenz aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit.

## 7 Adaption der Systemzuverlässigkeit

Ausgehend von Abschnitt 3.6 kann die Systemzuverlässigkeit eines einfachen Brückenbauwerkes im Grenzzustand der Tragfähigkeit mittels eines logischen Seriensystems von Versagensereignissen  $F_i$  des Brückenbauwerkes bestimmt werden. Jedes Versagensereignis  $F_i$  des Brückenbauwerkes und somit jedes Element  $i$  des Seriensystems wird durch eine Grenzzustandsgleichung  $g_i(\mathbf{x})$  definiert. Hierbei ist  $\mathbf{x}$  eine Realisation der Basisvariablen  $\mathbf{X}$ , die dem Tragfähigkeitsmodell zugrunde liegen.

Wenn  $n$  Versagensereignisse berücksichtigt werden, besteht das Seriensystem aus  $n$  Elementen. Die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens ergibt sich durch Lösen von Gleichung (3.2).

In Abschnitt 7.1.1 wird ein Ansatz nach (Straub & Der Kiureghian, 2011) vorgestellt, mit dem die Systemzuverlässigkeit für beschädigte Brückenbauwerke berechnet und adaptiert werden kann, wenn der Schädigungszustand von Tragwerkselementen mit einer binären Zufallsvariablen modelliert werden kann. Um allmählich fortschreitende Schädigungsmechanismen bei der Berechnung der Systemzuverlässigkeit berücksichtigen zu können, wird in Abschnitt 7.1.2 ein Ansatz für die direkte Modifikation der Grenzzustandsgleichungen der einzelnen Tragwerkselemente erläutert.

## 7.1 Adaption der Systemzuverlässigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit

### 7.1.1 Binäre Schädigungszustände

Im Folgenden wird ein Ansatz vorgestellt, mit dem die Systemzuverlässigkeit für beschädigte Brückenbauwerke berechnet und adaptiert werden kann, wenn der Schädigungszustand von Tragwerkselementen mit einer binären Zufallsvariablen  $E_j(t)$  modelliert werden kann (Straub & Der Kiureghian, 2011). Hierbei ist ein Tragwerkselement  $j$  zu einem gegebenen Zeitpunkt  $t$  entweder intakt  $\{E_j(t) = 1\}$  oder ausgefallen  $\{E_j(t) = 0\}$ . Der Schädigungszustand eines Tragwerkselementes  $j$  zum Zeitpunkt  $t$  ist durch eine Grenzzustandsgleichung  $g_j(\mathbf{y}, t)$  definiert, so dass  $\{E_j(t) = 1\} = \{g_j(\mathbf{y}, t) > 0\}$  und  $\{E_j(t) = 0\} = \{g_j(\mathbf{y}, t) \leq 0\}$  gilt. Die Grenzzustandsgleichung  $g_j(\mathbf{y}, t)$  ergibt aus der jeweiligen Modellierung des Schädigungsmechanismus (siehe Abschnitt 2.5). Hierbei ist  $\mathbf{y}$  eine Realisation der Basisvariablen  $\mathbf{Y}$ , die dem Schädigungsprozess zugrunde liegen.

Wenn  $m$  Tragwerkselemente berücksichtigt werden, existieren  $2^m$  disjunkte Systemschädigungszustände  $\psi_k$ ,  $k = 1, \dots, 2^m$ . Der erste Systemschädigungszustand entspricht dem unbeschädigten Tragwerk,  $\psi_1 = (\{E_1 = 1\} \cap \dots \cap \{E_m = 1\})$ , der letzte Systemschädigungszustand entspricht dem Zustand, bei dem alle Tragwerkselemente vollkommen beschädigt sind,  $\psi_{2^m} = (\{E_1 = 0\} \cap \dots \cap \{E_m = 0\})$ . Für jeden Systemschädigungszustand  $\Psi(t) = \psi_k$  kann eine Auftrittswahrscheinlichkeit  $\Pr(\Psi(t) =$

$\psi_k)$  als Funktion des Schädigungsmechanismus (siehe Abschnitt 2.4.2) und der Abhängigkeit der einzelnen Schädigungen untereinander berechnet werden (siehe Abschnitt 3).

Weiterhin ist es möglich, zu jedem Zeitpunkt  $t$  die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens bedingt auf jeden der möglichen Systemschädigungszustände  $\Pr(F_s(t)|\Psi(t) = \psi_k)$  zu bestimmen:

$$\Pr(F_s(t)|\Psi(t) = \psi_k) = \Pr(F_1 \cup \dots \cup F_n | \Psi(t) = \psi_k) \quad (7.1)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens zum Zeitpunkt  $t$  unter Berücksichtigung aller Systemschädigungszustände ergibt sich dann gemäß dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeiten wie folgt (Abschnitt 7.1.1):

$$\Pr(F_s(t)) = \sum_{k=1}^{2^m} \Pr(F_s(t)|\Psi(t) = \psi_k) \Pr(\Psi(t) = \psi_k) \quad (7.2)$$

Die Systemzuverlässigkeit kann anschließend durch Aktualisierung der Schädigungszustände der einzelnen Tragwerkselemente  $E_j(t)$  und somit der Systemschädigungszustände  $\psi_k$  mittels gesammelter Bauwerksinformationen aus Inspektionen und Überwachung adaptiert werden (siehe Abschnitt 6).

Der vorgestellte Ansatz erfordert die Berechnung von  $2^m$  Systemschädigungszuständen (siehe Gleichung (7.2)), was einen erheblichen Rechenaufwand bedeutet. Deshalb kann auch eine Approximation von Gleichung (7.2) verwendet werden, z.B. (Straub & Faber, 2005) oder (HSE, 2002). Laut (HSE, 2002) kann die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems infolge einer Schädigung durch die Berechnung von  $m$  Systemschädigungszuständen gemäß Gleichung (7.3) approximiert werden:

$$\Pr(F_s(t)) = \Pr(F_s(t)|\Psi(t) = \psi_1) + \sum_{j=1}^m \Pr(F_s(t)|\Psi(t) = \psi_j) \Pr(\{E_j(t) = 0\}) \quad (7.3)$$

mit

$$\psi_j = (\{E_1(t) = 1\} \cap \dots \cap \{E_{j-1}(t) = 1\} \cap \{E_j(t) = 0\} \cap \{E_{j+1}(t) = 1\} \cap \dots \cap \{E_m(t) = 1\}) \quad (7.4)$$

Dabei werden jeweils nur der Systemschädigungszustand  $\psi_1$  (alle Tragwerkselemente intakt) und alle Systemschädigungszustände, bei denen jeweils genau ein Tragwerkselement beschädigt ist, verwendet, sowie die Schädigungswahrscheinlichkeit des Tragwerkselementes  $j$ ,  $\Pr(\{E_j(t) = 0\})$ . Der vereinfachte Ansatz wird in Abschnitt 9 innerhalb der Fallstudie B: Stahlbrücke angewendet.

Der binäre Ansatz stellt eine Idealisierung der Schädigungszustände des Tragwerkes dar. Im Folgenden wird kurz diskutiert, für welche Schädigungsprozesse der Ansatz geeignet ist; siehe Straub & Der Kiureghian (2011).

Für das Beispiel der Materialermüdung bei hoher Lastspielzahl werden in Normen und Richtlinien Grenzzustände definiert, die entweder der Initiierung eines Ermüdungsrissses oder der Bildung eines Durchrisses durch die Wandstärke des Bauteils entspricht. Im Allgemeinen wird in diesem Fall die Kapazität des ermüdungsbeanspruchten Bauteils (oder Verbindung) kaum oder gar nicht gemindert. Aus diesem Grund ist der binäre Ansatz konservativ. Es ist jedoch zu beachten, dass für einige ermüdungsbeanspruchte Details ein Anriss durch instabiles Risswachstum schnell wachsen kann und die gesamte Kapazität nach dem Anriss schnell verloren gehen kann. Für diesen Fall ist der binäre Ansatz zutreffend. Der Ansatz ist nicht geeignet für Ermüdung bei niedriger Lastspielzahl.

Der binäre Modellansatz ist auch für andere Schädigungsmechanismen, bei denen ein schneller Verlust der Bauteilkapazität nach einer Initiationsphase des Schädigungszustandes stattfindet. Hierzu gehören Spannungsrissskorrosion und Schädigungsmechanismen, die durch Schutzsysteme kontrolliert werden. Hierbei sollte konservativ angenommen werden, dass Bauteilversagen dann vorliegt, wenn das Schutzsystem versagt hat.

Für allmählich fortschreitende Schädigungsmechanismen ist der binäre Ansatz wenig geeignet. Hierzu gehören gleichmäßige Korrosion von Stahloberflächen und Bewehrungsstahl. Der binäre Ansatz kann auch in diesem Fall angewendet werden, wenn das Bauteilversagen konservativ angenommen wird. Es könnte z.B. angenommen werden, dass ein Bauteil versagt, wenn der im Entwurf für Stahlbauteile festgelegte Korrosionszuschlag erreicht wird oder bei Stahlbetonbauteilen der Verbund zwischen dem Beton und dem Bewehrungsstahl durch Korrosion verloren geht.

### 7.1.2 Kontinuierliche Schädigungszustände

In Abschnitt 7.1.1 wurde gezeigt, wie die Systemzuverlässigkeit für beschädigte Brückenbauwerke berechnet und adaptiert werden kann, wenn der Schädigungszustand der Tragwerkselemente als ein binärer Zustand (intakt oder ausgefallen) betrachtet werden kann. Die Schädigungswahrscheinlichkeit der einzelnen Tragwerkselemente kann infolge eines Schädigungsmechanismus, wie z.B. Ermüdung, bestimmt werden. Mit diesem Ansatz können allmählich fortschreitende Schädigungsmechanismen wie z.B. gleichmäßige Korrosion von Stahloberflächen nur bedingt abgebildet werden (Straub & Der Kiureghian, 2011).

Um allmählich fortschreitende Schädigungsmechanismen bei der Berechnung der Systemzuverlässigkeit berücksichtigen zu können, wird vorgeschlagen, die Grenzzustandsgleichungen  $g_i(\mathbf{x})$ , die die jeweiligen Versagensereignisse  $F_i$  des Brückenbauwerkes definieren, so zu modifizieren, dass der Einfluss der Bauwerksschäden direkt berücksichtigt wird. Dies kann z.B. durch die Definition entsprechender Zufallsvariablen (z.B. Abrostungsgrad), welche die Widerstände der Tragstruktur reduzieren, geschehen. Es ist dabei darauf zu achten, dass verschiedene Bauwerksschäden räumlich korreliert sein können. Diese Korrelationen müssen ebenfalls im Modell berücksichtigt werden.

Zur Erläuterung dieses Ansatzes wird nochmals das Rahmentragwerk aus Abschnitt 3.4.2 betrachtet (siehe Bild 2.3).

Es wird angenommen, dass das Rahmentragwerk atmosphärischer Korrosion ausgesetzt ist. Zur Berechnung der Systemzuverlässigkeit des Rahmentragwerkes werden die drei dominanten kinematischen Kollapsmechanismen (Verschiebungsmechanismus, Balkenmechanismus und kombinierter Mechanismus) betrachtet (siehe Bild 7.1). Die Grenzzustandsgleichungen  $g_i(\mathbf{x})$ , die den drei dominanten Versagensereignissen  $F_i$  „Eintreten des kinematischen Kollapsmechanismus  $i$ “,  $i = 1, \dots, 3$  entsprechen, sind in Gleichung (3.23) gegeben. Dort ist  $R_j$ ,  $j = 1, \dots, 5$  ist das plastische Grenzbiegemoment des jeweiligen Querschnittes  $j$ . Das plastische Grenzbiegemoment  $R_j$  ist abhängig vom Material und der Geometrie des jeweiligen Bauteils, was mit der folgenden Gleichung angedeutet wird:

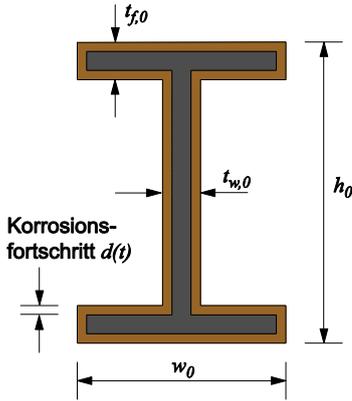
$$R_j = f(f_{y,j}, W_{pl,j}) \quad (7.5)$$

Der relevante Materialkennwert ist die Streckgrenze  $f_{y,j}$  und der relevante Geometrie-kennwert ist das

plastische Widerstandsmoment  $W_{pl,j}$ . Der Vektor der Basisvariables  $\mathbf{X}$  ist folglich gegeben als:

$$\mathbf{X} = [w, h, H, V, f_{y,1}, \dots, f_{y,5}, W_{pl,1}, \dots, W_{pl,2}]^T \quad (7.6)$$

Im aktuellen Beispiel wird der Korrosionsfortschritt durch eine gleichmäßige Verjüngung  $d_j(t)$  des jeweiligen Querschnittes  $j$  berücksichtigt. Dies ist exemplarisch für ein I-Profil in Bild 7.1 dargestellt.



**Bild 7.1:** I-Profil mit Oberflächenkorrosion. Die Verjüngung des I-Profiles durch die Oberflächenkorrosion wird als konstant angenommen.

Ein einfaches Modell zur Bestimmung des Korrosionsfortschrittes am Querschnitt  $j$  als Funktion der Zeit  $t$  ist in Gleichung (7.7) gegeben (vgl. z.B. Straub (2004)):

$$d_j(t) = \alpha_j t^{\beta_j} \quad (7.7)$$

Hierbei sind  $\alpha_j$  und  $\beta_j$  empirische Modellparameter, die den Korrosionsfortschritt am Querschnitt  $j$  beschreiben.

Der Korrosionsfortschritt an verschiedenen Orten im Tragwerk ist durch gemeinsame Einflussfaktoren, wie z.B. Umweltbedingungen und Materialeigenschaften, voneinander abhängig. Die Abhängigkeit der Korrosionsfortschritte an verschiedenen Querschnitten  $j$  und  $k$  wird durch Einführung eines Korrelationskoeffizienten  $\rho_{\alpha_j, \alpha_k}$  zwischen den Modellparametern  $\alpha_j$  und  $\alpha_k$  berücksichtigt.

Das plastische Grenzbiegemoment  $R_j$  wird entsprechend des gleichmäßigen Korrosionsfortschrittes  $d_j(t)$  am Querschnitt  $j$  reduziert. Infolgedessen ist  $R_j$  nicht nur abhängig vom Material und der Geometrie der Bauteile, sondern auch vom Korrosionsfortschritt  $d_j(t) = \alpha_j t^{\beta_j}$  (siehe Gleichung (7.6)) und somit von der Zeit  $t$ , was mit Gleichung (7.8) angedeutet wird:

$$R_j(t) = f(f_{y,j}, W_{pl,j}, \alpha_j, \beta_j, t) \quad (7.8)$$

Der Vektor  $\mathbf{X}$  wird folglich um  $\alpha_j$  und  $\beta_j$ ,  $j = 1, \dots, 5$  erweitert zu  $\mathbf{X}_+$ :

$$\mathbf{X}_+ = [w, h, H, V, f_{y,1}, \dots, f_{y,5}, W_{pl,1}, \dots, W_{pl,2}, \alpha_1, \dots, \alpha_5, \beta_1, \dots, \beta_5]^T \quad (7.9)$$

Die Grenzzustandsgleichungen in Gleichung (3.23) können dementsprechend modifiziert werden:

$$\begin{aligned} g_1(\mathbf{x}_+, t) &= R_1(t) + R_2(t) + R_4(t) + R_5(t) \\ &\quad - H \cdot h, \\ g_2(\mathbf{x}_+, t) &= R_2(t) + 2R_3(t) + R_4(t) - V \cdot w, \\ g_3(\mathbf{x}_+, t) &= R_1(t) + 2R_3(t) + 2R_4(t) \\ &\quad + R_5(t) - H \cdot h - V \cdot w. \end{aligned} \quad (7.10)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens des Rahmens zum Zeitpunkt  $t$  ergibt sich folglich zu (siehe Abschnitt 3.6.1):

$$\Pr(F_S(t)) = \int_{\Omega_{F_S}(t)} f_{\mathbf{X}_+}(\mathbf{x}_+) d\mathbf{x}_+ \quad (7.11)$$

mit

$$\Omega_{F_S}(t) = \{g_1(\mathbf{x}_+, t) \leq 0\} \cup \{g_2(\mathbf{x}_+, t) \leq 0\} \cup \{g_3(\mathbf{x}_+, t) \leq 0\} \quad (7.12)$$

Für die Beispielberechnung werden weiterhin folgende Annahmen getroffen: Der Rahmen besteht aus IPE 300 Profilen mit einer Stahlgüte S 235. Das Eigengewicht des Rahmens wird vernachlässigt. Die Streckgrenzen  $f_{y,j}$  der jeweiligen Querschnitte  $j$  sind vollständig korreliert sind, d.h.  $\rho_{f_{y,j}, f_{y,k}} = 1,0$ ,  $j = 1, \dots, 5$ ,  $k = 1, \dots, 5$ ,  $j \neq k$ . Ein Korrelationskoeffizient  $\rho_{\alpha_j, \alpha_k} = 0,5$ ,  $j = 1, \dots, 5$ ,  $k = 1, \dots, 5$ ,  $j \neq k$  wird abgeschätzt. Der Verteilungstyp und die Parameter (Mittelwert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma$ ) der Basisvariablen, die der Beispielberechnung zugrunde liegen, sind in Tab. 4.2 zusammengefasst.

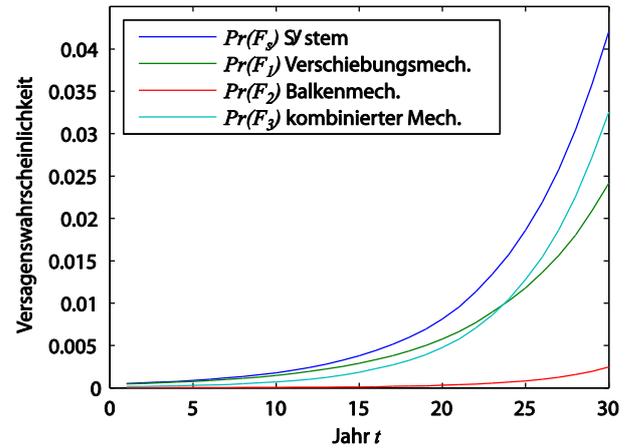
| Basisvariable  | Dimension              | Parameter                        | Verteilung |
|--|------------------------|----------------------------------|------------|
| $h$ : Rahmenhöhe   | [m]                    | $\mu = 5$                        | determin.  |
| $w$ : halbe Rahmenbreite   | [m]                    | $\mu = 5$                        | determin.  |
| $H$ : horizontale Kraft  | [kN]                   | $\mu = 40$<br>$\sigma = 12$      | LogNormal  |
| $V$ : vertikale Kraft  | [kN]                   | $\mu = 30$<br>$\sigma = 9$       | LogNormal  |
| $f_{y,j}$ , $j = 1, \dots, 5$ : Streckgrenze (entspricht S235)   | [N/mm <sup>2</sup> ]   | $\mu = 215,0$<br>$\sigma = 15,4$ | LogNormal  |
| $W_{pl,j}$ , $j = 1, \dots, 5$ : plastisches Widerstandsmoment   | [cm <sup>3</sup> ]     | $\mu = 628,4$                    | determin.  |
| $\alpha_j$ , $j = 1, \dots, 5$ : Korrosionsfortschrittsparameter | entspricht Jahr und mm | $\mu = 0,1$<br>$\sigma = 0,02$   | LogNormal  |
| $\beta_j$ , $j = 1, \dots, 5$ : Korrosionsfortschrittsparameter  | entspricht Jahr und mm | $\mu = 1,0$<br>$\sigma = 0,05$   | Normal     |

**Tab. 7.1:** Die für die Beispielberechnung angenommenen Parameter der Basisvariablen  $\mathbf{X}_+$ .

Die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens  $\Pr(F_S(t))$  und die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der jeweiligen Versagensereignisse „Verschiebungsmechanismus“  $\Pr(F_1(t))$ , „Balkenmechanismus“  $\Pr(F_2(t))$  und „kombinierter Mechanismus“  $\Pr(F_3(t))$  werden für jeden Zeitpunkt  $t$  mit einer Monte-Carlo-Simulation berechnet (siehe Abschnitt 2.5.2). Die Berechnung wird für eine Lebensdauer von 30 Jahren durchgeführt. Es ist anzumerken, dass dies eine relativ kurze Lebensdauer im Vergleich zur Lebensdauer von Brückenbauwerken ist. Diese Annahme hat jedoch keinen Einfluss auf das Prinzip der vorgestellten Rechnungen. Die Ergebnisse der Berechnung sind in Bild 7.2 dargestellt.

Informationen, die durch Inspektionen und Überwachung über das Tragwerk gesammelt werden, können durch ein Ereignis  $Z$  beschrieben werden (siehe Abschnitt 6). Das Ereignis  $Z$  wird analog zum Systemversagensereignis  $F_S$  durch einen Bereich  $\Omega_Z$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}_+$  definiert. Der Einfluss der Information  $Z$  auf die Wahrscheinlichkeit des Systemversagensereignisses  $F_S$  wird bestimmt, indem die Wahrscheinlichkeit des Systemversagensereignisses  $F_S$  bedingt auf das Ereignis  $Z$  berechnet wird. Dies ist wie folgt definiert:

$$\Pr(F_S|Z) = \frac{\Pr(F_S \cap Z)}{\Pr(Z)} = \frac{\int_{\Omega_{F_S \cap Z}} f_{\mathbf{X}_+}(\mathbf{x}_+) d\mathbf{x}_+}{\int_{\Omega_Z} f_{\mathbf{X}_+}(\mathbf{x}_+) d\mathbf{x}_+} \quad (7.13)$$



**Bild 7.2:** Systemversagenswahrscheinlichkeit  $\Pr(F_S(t))$  und die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der jeweiligen Versagensereignisse „Verschiebungsmechanismus“  $\Pr(F_1(t))$ , „Balkenmechanismus“  $\Pr(F_2(t))$  und „kombinierter Mechanismus“  $\Pr(F_3(t))$

Im aktuellen Beispiel wird der Fall betrachtet, bei dem das Ereignis  $Z$  die Messung  $d_m$  der Verjüngung  $d_j$  des Querschnitts  $j$  beschreibt. Dabei wird die Ungenauigkeit der Messung durch einen normalverteilten, additiven Messfehler  $\epsilon_m$  berücksichtigt, der unabhängig von den Basisvariablen  $\mathbf{X}_+$  ist. Der Bereich  $\Omega_Z$  ist in diesem Fall wie folgt definiert (Straub, 2011b):

$$\Omega_Z = \{h(\mathbf{x}_+, d_m, \epsilon_m) = 0\} \quad (7.14)$$

Mit  $h(\mathbf{x}_+, d_m, \epsilon_m, t)$  wird die Grenzzustandsgleichung bezeichnet, die das Messereignis  $Z$  beschreibt. Sie ist gegeben durch (Straub, 2011b):

$$h(\mathbf{x}_+, d_m, \epsilon_m) = d_j(\mathbf{x}_+) - d_m + \epsilon_m \quad (7.15)$$

An Gleichung (7.14) kann man erkennen, dass das Messereignis  $Z$  vom Typ „Gleichheit“ (engl. equality type) ist (Straub, 2011b). Für diesen Fall ist die Wahrscheinlichkeit des Messereignisses  $Z$  Null und folglich sind beide Integrale in Gleichung (7.13) ebenfalls Null. Um dieses Problem zu umgehen, hat Straub (2011b) vorgeschlagen, das Ereignis  $Z$  durch ein äquivalentes Ereignis  $Z_e$  vom Typ „Ungleichheit“ (engl. inequality type) zu ersetzen. Zu diesem Zweck wird die Information des Messereignisses  $Z$  über die Basisvariablen  $\mathbf{X}_+$  durch eine Likelihood-Funktion  $L(\mathbf{x}_+)$  beschrieben. Diese ist definiert als

$$L(\mathbf{x}_+) = f_{\epsilon_m}(d_m - d_j(\mathbf{x}_+)), \quad (7.16)$$

wobei  $f_{\epsilon_m}$  die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Messfehlers  $\epsilon_m$  ist. Straub (2011b) schlägt vor,

darauf aufbauend ein äquivalentes Ereignis  $Z_e = \{U \leq cL(\mathbf{x}_+)\}$  vom Type „Ungleichheit“ zu definieren, dass durch die folgende Grenzzustandsgleichung beschrieben wird:

$$h_e(\mathbf{x}_+, u) = u - cL(\mathbf{x}_+) \quad (7.17)$$

$U$  ist eine im Bereich  $[0,1]$  gleichmäßig verteilte Zufallsvariable und  $c$  ist eine Konstante, die so gewählt wird, dass gilt:

$$0 \leq cL(\mathbf{x}_+) \leq 1, \quad \forall \mathbf{x}_+ \in \mathbf{X}_+ \quad (7.18)$$

Der Bereich  $\Omega_{Z_e}$  des Ereignisses  $Z_e$  im erweiterten Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}_{++} = [\mathbf{X}_+, U]^T$  ist gegeben durch:

$$\Omega_{Z_e} = \{h_e(\mathbf{x}_+, u) \leq 0\} \quad (7.19)$$

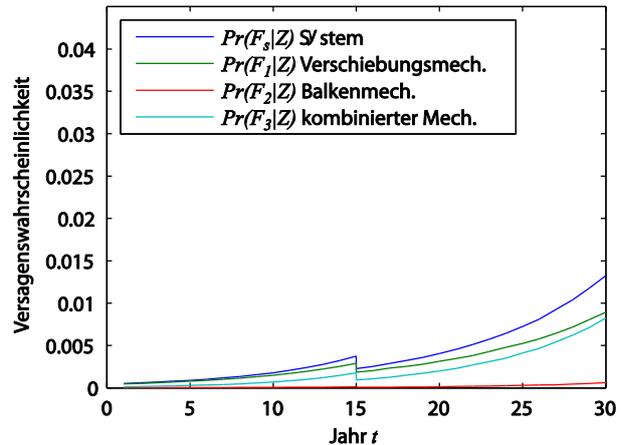
Straub (2011b) zeigt, dass dadurch die Systemversagenswahrscheinlichkeit  $F_s$  bedingt auf das Messereignis  $Z$  wie folgt bestimmt werden kann:

$$\begin{aligned} \Pr(F_s|Z) &= \Pr(F_s|Z_e) = \frac{\Pr(F_s \cap Z_e)}{\Pr(Z_e)} \\ &= \frac{\int_{\Omega_{F_s \cap \Omega_{Z_e}}} f_{\mathbf{X}_{++}}(\mathbf{x}_{++}) d\mathbf{x}_{++}}{\int_{\Omega_{Z_e}} f_{\mathbf{X}_{++}}(\mathbf{x}_{++}) d\mathbf{x}_{++}} \end{aligned} \quad (7.20)$$

wobei  $f_{\mathbf{X}_{++}}(\mathbf{x}_{++})$  die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der erweiterten Basisvariablen  $\mathbf{X}_{++} = [\mathbf{X}_+, U]^T$  ist. Beide Integrale in Gleichung (7.20) können mit Methoden der Zuverlässigkeitstheorie bestimmt werden (siehe Abschnitt 2.5)

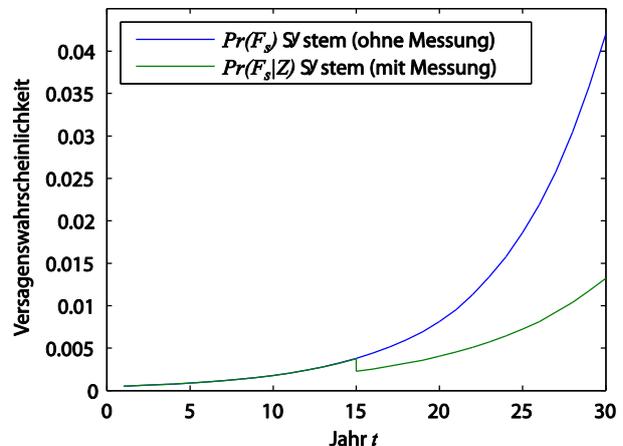
Im aktuellen Beispiel wird angenommen, dass nach 15 Jahren an den Querschnitten 1 und 4 eine Verjüngung  $d_m = 1,1$  mm gemessen wird. Es wird angenommen, dass der Messfehler  $\epsilon_m$  einen Mittelwert  $\mu_{\epsilon_m} = 0$  und eine Standardabweichung  $\sigma_{\epsilon_m} = 0,1$  mm hat. Eine Konstante  $c = \sigma_{\epsilon_m}$  wird für die Berechnung gewählt.

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten des Systemversagens  $\Pr(F_s(t)|Z)$  und die bedingten Wahrscheinlichkeit des Auftretens der jeweiligen Versagensereignisse „Verschiebungsmechanismus“  $\Pr(F_1(t)|Z)$ , „Balkenmechanismus“  $\Pr(F_2(t)|Z)$  und „kombinierter Mechanismus“  $\Pr(F_3(t)|Z)$  werden für jeden Zeitpunkt  $t$  mit einer Monte-Carlo-Simulation (siehe Abschnitt 2.5.2) berechnet. Dies wird für eine Lebensdauer von 30 Jahren durchgeführt. Die Ergebnisse der Berechnung sind in Bild 7.3 dargestellt.



**Bild 7.3:** Bedingte Systemversagenswahrscheinlichkeit  $\Pr(F_s(t)|Z)$  und die bedingte Wahrscheinlichkeit des Auftretens der jeweiligen Versagensereignisse „Verschiebungsmechanismus“  $\Pr(F_1(t)|Z)$ , „Balkenmechanismus“  $\Pr(F_2(t)|Z)$  und „kombinierter Mechanismus“  $\Pr(F_3(t)|Z)$

Im Bild 7.4 werden die berechneten Wahrscheinlichkeiten des Systemversagens für die zwei Fälle mit und ohne Messung verglichen (vgl. Bild 7.2 und Bild 7.3). Der Einfluss der Messung auf die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens ist gut zu erkennen.



**Bild 7.4:** Systemversagenswahrscheinlichkeit (mit und ohne Messung).

## 8 Fallstudie A: Betonbrücke

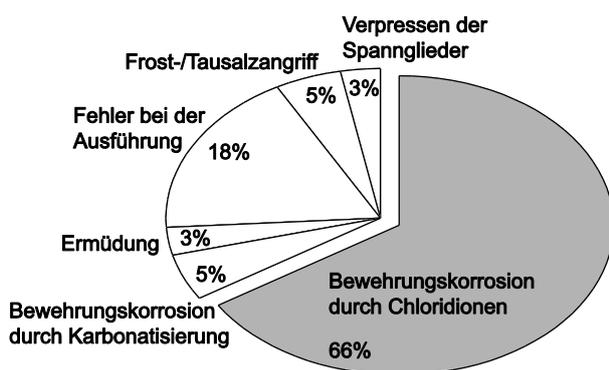
Im Rahmen dieser Fallstudie soll eine adaptive Zuverlässigkeitsbewertung von Brückenhauptträgern unter Korrosion der Bewehrung und unter Spannungsrissskorrosion des Spannstahls exemplarisch durchgeführt werden, und die mögliche Adaption von Schädigungsmodellen anhand der gewonnenen Daten aus Inspektion bzw. Überwachung erfolgen.

## 8.1 Problembeschreibung

Die Fallstudie konzentriert sich auf Betonbrücken (inkl. Spannbetonbrücken), welche mit 87 % den mit Abstand größten Anteil im deutschen Brückenportfolio darstellen (Zilch et al., 2011). In dieser Fallstudie soll mit der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion ein Schädigungsmechanismus untersucht werden, welcher einen großen Anteil an den Brückenschäden ausmacht. Die Spannungsrissskorrosion wird hier ebenfalls kurz erwähnt, danach aber nicht weiter untersucht, da dieser Versagensmechanismus in der untersuchten Brücke nicht relevant ist.

### 8.1.1 Bewehrungskorrosion

Die chloridinduzierte Bewehrungskorrosion ist ein weitverbreitetes Phänomen an Betonbauten. Etwa zwei Drittel aller auftretenden Schädigungen an Betonbrücken in Deutschland sind auf diesen Schädigungsmechanismus zurückzuführen (Bild 8.1).



**Bild 8.1:** Die verschiedenen Ursachen und ihre zugehörige Häufigkeit für die Schädigungen an Betonbrücken. Markant ist der hohe Anteil der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion mit 66 % (Schießl & Mayer, 2007).

Für das Schädigungsmodell der Bewehrungskorrosion sind sämtliche Modellparameter bereits weitreichend untersucht und mit Verteilungen belegt worden. Diese sind unter anderem von den äußeren Einflüssen abhängig und können deshalb mithilfe der Überwachung derselben aktualisiert werden.

Da der Unterhalt aufgrund schrumpfender finanzieller Mittel und zunehmender Anzahl von neuen Bauwerken langfristig optimiert werden muss, erscheint die Untersuchung dieses Schädigungsmechanismus als Fallstudie nicht nur geeignet, sondern auch als zeitgerecht und wichtig für die Optimierung von

Inspektionsstrategien im Sinne einer Risikooptimierung.

### 8.1.2 Spannungsrissskorrosion

Der Schädigungsmechanismus der Spannungsrissskorrosion ist ein Problem bei deutschen Spannbetonbrücken und -bauten, welche in den 50er bis 70er Jahren erstellt wurden (in den neuen Bundesländern bis Anfang der 80er Jahre). Dabei handelt es sich um einen Versagensmechanismus, welcher insbesondere ein sprödes Versagen hervorrufen kann und daher eine Vorankündigung des Versagens in einigen Fällen nicht möglich ist.

Zwar sind die für diesen Schädigungsmechanismus charakteristischen Spannstähle<sup>7</sup> umfassend bekannt und seit 1978 nicht mehr zugelassen (Lingemann, 2010; Zilch et al., 2011), jedoch liegt bis heute kein leistungsfähiges Schädigungsmodell zur Beschreibung des Phänomens der Spannungsrissskorrosion vor.

Gemäß des Bauwerksbuchs der Brücke A1/A30 "AK Lotte-Osnabrück" ist mit dem Sigma-Spannstahl keiner der als gefährdet bekannten Spannstähle eingebaut, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass das Problem der Spannungsrissskorrosion nicht vorliegt und deswegen nicht näher untersucht werden muss.

## 8.2 Zielsetzungen

Das Ziel dieser Fallstudie ist es, zu zeigen, wie Information aus unterschiedlichen Überwachungs- und Inspektionsverfahren in die Zustandserfassung und die Zuverlässigkeitsbewertung eingehen. Damit kann der Nutzen verschiedener Überwachungs- und Inspektionsverfahren quantitativ verglichen werden.

Langfristig und über dieses Projekt hinaus können Maßnahmen (z.B. Inspektionen und Reparaturen) aufbauend auf die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsbewertung mithilfe der gewonnenen Erkenntnisse geplant werden. Dadurch können anschließend die Inspektionsorte und -zeiten durch Ausnutzung von Systemeffekten optimiert ermittelt werden.

Der Fokus wird dabei auf einen Ausschnitt eines Hauptträgers gelegt. Um die räumlichen Aspekte der Inspektions- und Überwachungsergebnisse zu

<sup>7</sup> Als im Sinne der Spannungsrissskorrosion als gefährdet betrachteten Spannstähle sind Vergüteter Spannstahl St 145/160 Neptun oder Sigma (jeweils rund oder oval) bis 1965 und Sigma

oval bis 1978, sowie Ölschlussvergüteter Spannstahl St 140/160 (oval) der Stahlwerke Henningsdorf bis 1993 (Lingemann, 2010).

zeigen, ist entscheidend, das Bauteil nicht nur in einem Querschnitt, sondern über eine gewisse räumliche Ausdehnung (mindestens 5 m bis zu einer Spannweite) zu untersuchen. In der vorliegenden Fallstudie wird die Unterseite des Brückenträgers betrachtet. Zum einen ist dort Zugbewehrung vorhanden, zum anderen ist die Unterseite durch den Sprühnebel der unten durchfahrenden Fahrzeuge belastet.

In dieser Fallstudie wird die Korrosionsinitiation der Schlaffbewehrung in der Bodenplatte des Brückenträgers betrachtet; anschließend wird eine tatsächliche Schädigung der Brücke durch Abrostern der Bewehrung unter Verwendung eines vereinfachten linearen Propagationsmodells der Schädigung betrachtet. Mithilfe dieses Schädigungsmodells ist es möglich, die Verteilungsdichte der abgerosteten bzw. der noch vorhandenen Bewehrungsfläche abzuleiten. Ist diese bekannt, kann auf die Systemzuverlässigkeit geschlossen werden.

### 8.3 Objektbeschreibung

Für diese Fallstudie wird das von der BAST zur Verfügung gestellte Brückenobjekt untersucht. Es handelt sich dabei um die Brücke A1/A30 "AK Lotte-Osnabrück", FR Osnabrück (Bild 8.2).



**Bild 8.2:** Die untersuchte Brücke A1/A30 "AK Lotte-Osnabrück", FR Osnabrück.

Die Brücke wurde im Jahr 1967 als zweistegige Hohlkastenbrücke in Spannbetonbauweise erstellt und für den Verkehr freigegeben. Beim statischen System handelt es sich um einen klassischen Zweifeldträger mit Durchlaufwirkung. Insgesamt weist die Brücke eine Länge von 65,32 m und eine Breite von 18,50 m bei einer Gesamtfläche von 1207 m<sup>2</sup> auf. Gemäß Bauwerksbuch ist die Brücke in die

Brückenklasse 60 eingeteilt (Landesbetrieb Straßenbau NRW, 2011).

Bei der letzten Untersuchung am 8. April 2011 wurde die Brücke mit der Zustandsnote 3,0 gemäß Haardt (1999) und RI-EBW-PRÜF (siehe Abschnitt 2.3 ab Seite 4) bewertet; eine Instandsetzungsmaßnahme ist derzeit in Planung. Im Rahmen der Untersuchung wurden im Überbau unter anderem diverse Risse, Betonabplatzungen mit freiliegender Bewehrung, Fehlstellen und Kiesnester festgestellt. Durch die beobachteten Resultate wurden Stand- und Verkehrssicherheit mit jeweils 0 bewertet, für die Dauerhaftigkeit wurde die Bewertung von 1 oder 2 vergeben. Genaue Angaben über Lage der Schädigungen bzw. deren detaillierte Beschreibung sind nicht vorhanden.

Die Brücke dient als Autobahnbrücke im Zuge der A 30 und überspannt ebenfalls eine kreuzende Autobahn, die A 1. Dadurch erfährt die Brücke insbesondere eine hohe Belastung aus Tausalz durch den Sprühnebel der vorbeifahrenden Fahrzeuge. Darum und unter Beachtung von Bild 8.1 auf Seite 45 wird das Hauptaugenmerk beim vorliegenden Bauwerk auf die Untersuchung der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion gerichtet.

### 8.4 Modellierung des Schädigungsmechanismus der Bewehrungskorrosion

Im nachfolgenden Abschnitt das Schädigungsmodell der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion beschrieben und erläutert. Mithilfe der Definition der verschiedenen Schädigungsereignisse kann dann eine zugehörige Schädigungs- bzw. Korrosionswahrscheinlichkeit berechnet werden.

#### 8.4.1 Das Phänomen

Bei der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion diffundieren Chloridionen  $\text{Cl}^-$  aus etwa Tausalzbeaufschlagung oder Meerwasser an der Betonoberfläche in den Beton ein und bewegen sich in Richtung Betoninneres. Durch die Diffusion<sup>8</sup> der Chloridionen wird sich im Inneren des Betons eine Chloridkonzentration  $C(z, t)$  einstellen.

Durch den hohen PH-Wert des Betons und die dadurch entstehende Passivschicht an am Bewehr-

<sup>8</sup> Der hier als Diffusion bezeichnete Vorgang besteht streng genommen aus den drei Transportmechanismen: der Diffusion, des kapillaren Saugens und der Permeation (Gehlen, 2000).

rungsstahl sind diese zunächst vor Korrosion geschützt. Bei der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion wird diese Passivschicht jedoch durch die Herabsetzung des PH-Werts aufgelöst und die Chloridionen können den Korrosionsprozess initiieren. Dies geschieht dann, wenn die Konzentration der Chloridionen auf dem Niveau der Bewehrung einen kritischen Wert überschreitet.

Die Diffusion der Chloridionen in den Beton wird allgemein durch das zweite Fick'sche Gesetz beschrieben, welches in Gleichung (2.1) auf Seite 3 bereits kurz vorgestellt wurde.

#### 8.4.2 Das Schädigungsmodell

Für den Schädigungsmechanismus der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion steht ein leistungsfähiges Modell zur Verfügung, welches in Gleichung (2.2) (Seite 3) durch Lösung der Differentialgleichung (2.1) eingeführt wurde; hierbei handelt es sich um die Lösung der Fick'schen Diffusionsgleichung (Gehlen, 2000; Malioka, 2008; Lentz, 2001), bei der jedoch der Diffusionskoeffizient  $D$  als konstant in der Zeit angenommen wird. Die Konzentration  $C(z, t)$  der Chloridionen ergibt sich in der Tiefe  $z$  zum Zeitpunkt  $t$  zu

$$C(z, t) = C_S \cdot \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{z}{2\sqrt{D(t) \cdot t}} \right) \right). \quad (8.1)$$

Die Bestimmung und zeitliche Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten  $D$  wurde in einer umfangreichen Studie untersucht (Gehlen, 2000). Da die Diffusionskonstante in Realität nicht zeitkonstant und von verschiedenen weiteren Umweltfaktoren abhängig ist, wurde ihre Zeitabhängigkeit in Funktion der verschiedenen Randbedingungen ermittelt. Insbesondere spielen Umweltbedingungen und Nachbehandlung des Betons eine entscheidende Rolle. Die Diffusionskonstante  $D(t)$  ergibt sich unter Annahme eines Produktansatzes zu

$$D(t) = D_0 K_e K_t \cdot \left( \frac{t_0}{t} \right)^A, \quad (8.2)$$

wobei die Konstante  $D_0$  den im Labor zum Referenzzeitpunkt  $t_0$  gemessene Diffusionskoeffizient und  $A$  den Alterungsexponenten repräsentiert. Der Faktor  $K_e$  berücksichtigt die Umwelteinflüsse bzw. die örtliche Temperatur,  $K_t$  dient zur Korrektur des im Labor ermittelten Diffusionskoeffizienten zur Realität, ist im vorliegenden Beispiel jedoch zu 1 angenommen. Dabei lässt sich der Faktor  $K_e$  unter Ver-

wendung der Referenztemperatur  $T_{\text{Ref}}$ , der tatsächlichen Expositionstemperatur  $T_{\text{Real}}$  und einer weiteren Kenngröße  $B_e$  berechnen zu

$$K_e = \exp \left( B_e \cdot \left( \frac{1}{T_{\text{Ref}}} - \frac{1}{T_{\text{Real}}} \right) \right). \quad (8.3)$$

Nachfolgende Tab. 8.1 listet die für die Fallstudie angenommenen Modellparameter des Schädigungsmodells entsprechend der Bauwerksbücher nach Gehlen (2000), Malioka (2008) oder v. Greve-Dierfeld & Gehlen (2010) auf. Dabei wurden die Modellparameter für die vorliegende Fallstudie mit den typischen Werten und Verteilungen belegt.

| Parameter         | Dimension                             | Verteilung            | Parameter                    |
|-------------------|---------------------------------------|-----------------------|------------------------------|
| $C_S$             | [M.-%] <sup>‡</sup>                   | LogNormal             | $\mu = 2,7; \sigma = 1,23$   |
| $C_{\text{krit}}$ | [M.-%] <sup>‡</sup>                   | Beta ( $\in [0; 2]$ ) | $\mu = 0,6; \sigma = 0,15$   |
| $W$               | [mm]                                  | LogNormal             | $\mu = 40; \sigma = 12$      |
| $D_0$             | [10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /s] | Normal                | $\mu = 498,3; \sigma = 99,7$ |
| $K_t$             | [-]                                   | Deterministisch       | $K_t = 1$                    |
| $A$               | [-]                                   | Beta ( $\in [0; 1]$ ) | $\mu = 0,3; \sigma = 0,12$   |
| $T_{\text{Ref}}$  | [K]                                   | Deterministisch       | $T_{\text{Ref}} = 293$       |
| $T_{\text{Real}}$ | [K]                                   | Normal                | $\mu = 282; \sigma = 3$      |
| $B_e$             | [K]                                   | Normal                | $\mu = 4800; \sigma = 700$   |

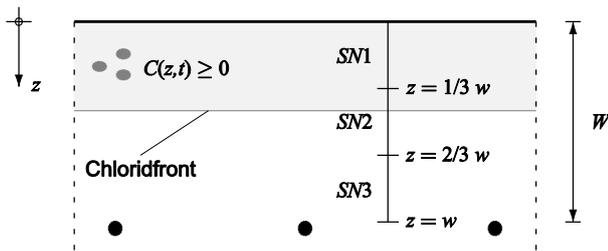
<sup>‡</sup> Mit [M.-%] wird [Masse-% des Zements] abgekürzt.

**Tab. 8.1:** Die für die Fallstudie angenommenen Modellparameter des Schädigungsmodells der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion.

#### 8.4.3 Definition der Schädigungsereignisse

In den vorigen Gleichungen (8.1) bis (8.3) wurde das erweiterte Schädigungsmodell der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion vorgestellt (Gehlen, 2001; Malioka, 2008).

Für die Berechnung einer mithilfe von Inspektions- bzw. Überwachungsergebnissen aktualisierten Schädigungswahrscheinlichkeit ist die Definition des entsprechenden Schädigungsereignisses erforderlich. Um dieser Anforderung gerecht zu werden, ist die Einführung verschiedener Schädigungsniveaus  $SN_i$  sachdienlich; diese sind etwa in der RI-EBW-PRÜF definiert und beschrieben (Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Stadtentwicklung, 2007).



**Bild 8.3:** Die Definition der Schädigungsniveaus  $SN_i$  in Abhängigkeit der Eindringtiefe der Chloridfront gemäß RI-EBW-PRÜF (Bundesministerium für Verkehr, Bau- und Stadtentwicklung, 2007).

Schädigungsniveau  $SN1$  ist demnach erreicht, sobald die Chloridfront in den Beton eingedrungen ist und sich im Bereich  $z = [0; 1/3 W]$  befindet. Liegt sie im Bereich  $z = [1/3 W; 2/3 W]$ , ist Schädigungsniveau  $SN2$  erreicht; liegt sie im Bereich  $z = [2/3 W; W]$ , befindet sich das Bauteil im Zustand  $SN3$  (Bild 8.3). Die Chloridfront ist definiert als diejenige Tiefe, in welcher die Chloridkonzentration  $C(z, t)$  0,4 M.-% erreicht (RI-EBW-PRÜF, 2007).

Damit lassen sich die jeweiligen Schädigungsereignisse  $\Omega_{SN_i}$  formulieren als

$$\begin{aligned}\Omega_{SN1} &= \{C(z \leq W/3, t) \geq 0,4 \text{ M.-%}\}, \\ \Omega_{SN2} &= \{C(z \leq 2W/3, t) \geq 0,4 \text{ M.-%}\}, \\ \Omega_{SN3} &= \{C(z \leq W, t) \geq 0,4 \text{ M.-%}\}.\end{aligned}\quad (8.4)$$

Weitere Schädigungsniveaus sind gemäß RI-EBW-PRÜF für die Schadensbewertung der Dauerhaftigkeit nicht definiert.

Eine sinnvolle Alternative zu den Schädigungsniveaus  $SN_i$  bzw. Zustandszahlen der RI-EBW-PRÜF ist die Verwendung des Korrosionsereignisses selbst. Dieses tritt ein, sobald die Konzentration  $C(z, t)$  auf Höhe der Bewehrung,  $z = W$ , eine kritische Konzentration  $C_{krit}$  überschreitet; die kritische Konzentration beschreibt diejenige Konzentration, bei der der Korrosionsprozess initiiert wird. In dem für diese Brücke geltenden probabilistischen Modell gemäß Tab. 8.1 hat  $C_{krit}$  einen Mittelwert von 0,6 M.-% und eine Standardabweichung von 0,15 M.-%. Der in der RI-EBW-PRÜF vorgeschriebene (deterministische) Grenzwert von 0,4 M.-% deckt sich somit in etwa mit diesem Modell.

Das Schädigungsereignis kann mittels der kritischen Konzentration  $C_{krit}$  geschrieben werden als

$$\Omega_F = \{C_{krit} - C(W, t) \leq 0\} = \{g(\mathbf{X}) \leq 0\}, \quad (8.5)$$

wobei  $C(W, t)$  mithilfe von Gleichung (8.1) (Seite 47) durch Einsetzen von  $z = W$  berechnet werden kann.

Anzumerken gilt, dass es sich beim Schädigungsmechanismus der Bewehrungskorrosion primär nicht um ein Standsicherheitsproblem handelt. Der Schädigungsmechanismus der chloridinduzierten Bewehrungskorrosion zunächst lediglich Auswirkungen auf die Dauerhaftigkeit, nicht aber auf Stand- oder Verkehrssicherheit. Dies ist auch in der RI-EBW-PRÜF so bewertet. Allerdings ist zu berücksichtigen, dass bei einer Nichtbeseitigung eventueller Schädigungen langfristig ein Stand- oder Verkehrssicherheitsproblem entstehen kann, sobald der Bewehrungsstahl einen zu hohen Abrostungsgrad aufweisen und damit nicht mehr die für die geforderte Sicherheit erforderliche Stahlquerschnittsfläche vorhanden ist oder Abplatzungen hervorgerufen werden, bei denen die Betonstücke auf die darunterliegende Fahrbahn der A 1 hinunterfallen können.

## 8.5 Inspektions- und Überwachungsverfahren

Nachfolgend werden die Inspektions- und Überwachungsverfahren beschrieben, mit denen die Korrosionswahrscheinlichkeit des Bewehrungsstahls bzw. die Wahrscheinlichkeit der entsprechenden Schädigungsniveaus  $SN_i$ , und die Wahrscheinlichkeit eines Bauwerksversagens durch Verwendung eines vereinfachten Schädigungsmodells aktualisiert werden können.

### 8.5.1 Angewandte Inspektions- und Überwachungsverfahren

Eine Bauwerksinspektion bzw. -überwachung dient insbesondere dazu, sich Klarheit über den Zustand des Bauwerks zu verschaffen. Daraus resultierend können anschließend eventuell notwendige Maßnahmen zur Erhaltung bzw. Ertüchtigung der Brücke geplant und angeordnet werden.

Wie nach DIN 1076 finden Bauwerksprüfungen zunächst durch visuelle Prüfung des Bauwerks statt. Dabei können speziell Schädigungen, welche sich durch sichtbare äußere Anzeichen zu erkennen geben, entdeckt werden. Diese sind beispielsweise:

- Risse im Beton
- Wasseraustritte
- Rostfahnen

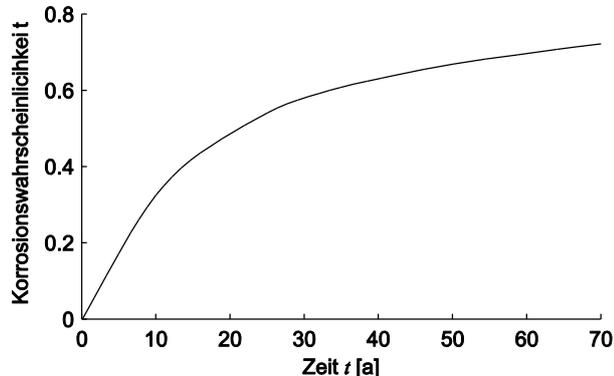


genommen. Vorab bleibt zu erwähnen, dass es bislang nur vereinzelte Untersuchungen<sup>9</sup> zur räumlichen Abhängigkeit der Modellparameter gibt und die Annahme der Korrelationslängen daher exemplarisch erfolgt. Da aber gerade dieser Einfluss eine wichtige Kenngröße für die räumliche Modellierung und Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit darstellt, werden in dieser Studie je zwei verschiedene Korrelationslängen und Korrelationsmodelle angenommen, um den Effekt anhand dieses Vergleichs hervorzuheben.

Zunächst wird in der Studie eine Korrelationslänge von 2 m angenommen (Abschnitte 8.6.3 bis 8.6.7), im anschließenden Vergleich wird deren Einfluss auf die Resultate diskutiert (Abschnitt 8.6.8).

### 8.6.2 Schädigungsprognose für die Bewehrungskorrosion ohne Inspektionen und Überwachung

Zunächst wurde eine A-priori-Berechnung durchgeführt, um die Korrosionswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt der Inspektion zu bestimmen. Zu diesem Zeitpunkt  $t_{\text{insp}} = 45$  Jahre ergibt sich eine Korrosionswahrscheinlichkeit von etwa 64 % (Bild 8.5).



**Bild 8.5:** Die A-priori-Wahrscheinlichkeit der Korrosionsinitiation in Funktion der Zeit. Zur Zeit der Inspektion ergibt sie sich zu etwa 64 %.

### 8.6.3 Aktualisierung mittels Messung der Betonüberdeckung

Wie in Abschnitt 8.4.2 erläutert und in Tab. 8.1 (Seite 47) angegeben, wird für die Betonüberdeckung  $W$  a-priori der angegebene Mittelwert  $\mu_W$  und die Standardabweichung  $\sigma_W$  angenommen. Da die Betonüberdeckung jedoch über die gesamte Oberfläche des Brückenausschnitts variiert bzw. nicht

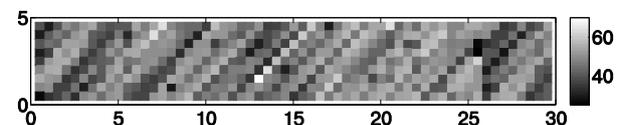
konstant ist, können die angenommenen Modellparameter  $\mu_W$  und  $\sigma_W$  mithilfe einer Messung der Betonüberdeckung aktualisiert werden.

In der Regel finden Messungen der Betondeckung mithilfe induktiver Verfahren statt, welche sich nach folgender Tab. 8.2 klassifizieren lassen.

| Klassifizierung   | Kategorien  |
|-------------------|---|
| Messparameter     | Eingangsgröße des Schädigungsmodells wird gemessen        |
| Messresultat      | Kontinuierliches Messresultat (z.B. 35 mm Überdeckung)    |
| Dauer der Messung | Zeitlich diskrete Messung (in der Regel einmal notwendig) |
| Messlokalität     | Räumlich verteilte Messungen                              |

**Tab. 8.2** Klassifizierung des Inspektionsverfahrens zur Ermittlung der Betonüberdeckung der Bewehrungsstähe.

Dabei wird die Messung kontinuierlich über die gesamte Betonoberfläche durchgeführt, wobei hier unter kontinuierlich die Messung der Betonüberdeckung auf jedem einzelnen der in Abschnitt 8.6.1 erwähnten Elemente auf der Oberfläche verstanden wird. Das nachfolgende Bild zeigt die Resultate der flächigen Messung der Betonüberdeckung.



**Bild 8.6:** Messresultate aus der Überdeckungsmessung (siehe Klassifizierung nach Tab. 8.2). Die gemessene Betonüberdeckung beträgt im Mittel 47,8 mm bei einer Standardabweichung von 8,4 mm. Der niedrigste gemessene Wert betrug 23 mm.

Bei der Messung der Betonüberdeckung ist davon auszugehen, dass die Betondeckung an einer beliebigen Stelle  $(x_i, y_i)$  auf der Betonoberfläche von derjenigen an einer direkt benachbarten Stelle  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  nicht statistisch unabhängig ist, sondern einen ähnlichen Wert annehmen wird; hingegen ist dieser Effekt für weit entfernte Stellen auf der Oberfläche geringer. Dieser Effekt der Korrelation zwischen den Werten der Betonüberdeckung wird durch die Kovarianzmatrix  $C_{WW}$  beschrieben, welche jeweils die Kovarianzen zwischen zwei Elementen enthält. Sei  $n$  die Gesamtzahl aller diskreten Elemente auf der Betonoberfläche, dann wird die Kovarianzmatrix geschrieben als

<sup>9</sup> In der Literatur finden sich etwa für die Diskretisierung von Betonoberflächen sinnvolle Werte von 0,35 m bis zu 2 m für die Elementgrößen, welche auf Messungen von Chloridgehalt im Beton

und Oberflächenkonzentration beruhen (Engelund und Sorensen, 1998; Li, 2004). Häufig werden die Elementgrößen an die Praktikabilität vor Ort angepasst, Korrelationslängen werden meist geschätzt.

$$\mathbf{C}_{WW} = \begin{bmatrix} \text{Var}[W_1] & \dots & \text{Cov}[W_1, W_n] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}[W_1, W_n] & \dots & \text{Var}[W_n] \end{bmatrix}. \quad (8.6)$$

Dabei werden die jeweiligen Kovarianzen in der Matrix  $\mathbf{C}_{WW}$  durch die nachfolgende Kovarianzfunktion gemäß Vanmarcke (1983) beschrieben

$$\text{Cov}[W_i, W_k] = (1 - c) \cdot \exp\left(-\frac{d_{ik}}{l_{\text{Korr}}}\right) + c \quad (8.7)$$

wobei  $l_W$  die Korrelationslänge und  $c$  eine Konstante zur Kalibrierung des Modells darstellen. Der geometrische Abstand zwischen den Elementen  $i$  und  $k$  sei mit  $d_{ik}$  bezeichnet (Bild 8.4). Er berechnet sich zu

$$d_{ik} = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2}. \quad (8.8)$$

Anschließend wird die Betondeckung „kontinuierlich“ über die Betonoberfläche gemessen. Diese Messung erfolgt dabei jeweils elementweise, wobei ein Element auf der Betonoberfläche die Länge  $l_x$  und die Breite  $l_y$  aufweist (Bild 8.4).

Mithilfe der über die gesamte Betonoberfläche gemessenen Werte der Betondeckung,  $\mathbf{w}_m$ , können damit der Mittelwert  $\mathbf{m}_W$  und die Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_{WW}$  aktualisiert werden.

Da die Betondeckung als lognormalverteilt angenommen wird, ist die Annahme eines multiplikativen, ebenfalls lognormalverteilten Messfehlers  $\epsilon_m$  sinnvoll, so dass sich der Zusammenhang

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_m \cdot \epsilon_m \quad (8.9)$$

ergibt. Da der Logarithmus einer lognormalverteilten Größe normalverteilt ist (Straub, 2010a), resultiert das Logarithmieren von Gleichung (8.9) in

$$\ln(\mathbf{W}) = \ln(\mathbf{W}_m) + \mathbf{i} \cdot \ln(\epsilon_m), \quad (8.10)$$

wobei  $\mathbf{i}$  einen mit Einsen besetzten Vektor der Länge  $n_{\text{Elemente}}$  darstellt und die drei verbleibenden Größen in Gleichung (8.10) dann der Normalverteilung folgen. Damit können die Parameter  $\mathbf{m}_{\ln W}$  und  $\mathbf{C}_{\ln W \ln W}$  zu

$$\mathbf{m}_{\ln W} = \mathbf{m}_{\ln W} + \mathbf{C}_{\ln W \ln W} (\mathbf{C}_{\ln W \ln W} + \mathbf{C}_m)^{-1} \cdot (\ln(\mathbf{w}_m) - \mathbf{m}_{\ln W}), \quad (8.11)$$

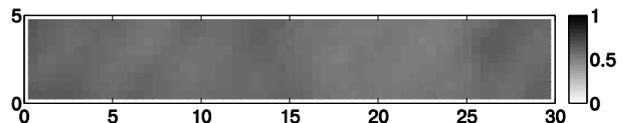
$$\mathbf{C}_{\ln W \ln W} = \mathbf{C}_{\ln W \ln W} + (\mathbf{C}_{\ln W \ln W} + \mathbf{C}_m)^{-1} \quad (8.12)$$

·  $\mathbf{C}_{\ln W \ln W}$

berechnet werden, wobei sich  $\mathbf{C}_m$  durch die Varianz des Messfehlers multipliziert mit der Identitätsmatrix  $\mathbf{I} = \delta_{ik}$  zu  $\mathbf{C}_m = \text{Var}[\epsilon_m] \cdot \mathbf{I}$  ergibt.

Durch Einsetzen der berechneten Parameter in das Schädigungsmodell kann damit die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit durch eine erneute Berechnung der Schädigungswahrscheinlichkeit mithilfe einer Methode gemäß Abschnitt 2.5 ab Seite 8 berechnet werden, jedoch nun durch Verwendung eines Zufallsfeld und durch Einsetzen der aktualisierten Parameter  $\mathbf{m}_W''$  und  $\mathbf{C}_{WW}''$  anstelle von  $\mu_W$  bzw.  $\sigma_W$  in die A-priori-Verteilung  $f_W(w)$  (Tab. 8.1).

Im nachfolgenden Bild 8.7 ist die durch die Messung der Betonüberdeckung aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit aufgezeichnet. Sie variierte zwischen 49 % und 66 %. Im Vergleich zur a-priori bestimmten Korrosionswahrscheinlichkeit scheint die Überdeckungsmessung keinen großen Einfluss zu nehmen.



**Bild 8.7:** Korrosionswahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt der durchgeführten Inspektion nach 45 Jahren über die Platte der Brücke, flächig aktualisiert mithilfe der Überdeckungsmessung. Die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 50 % und 66 %.

Es zeigt sich, dass die Messung der Betondeckung einen relativ geringen Einfluss auf die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit nimmt. In manchen Regionen, diese sind etwas heller als die Umgebung, wird die Korrosionswahrscheinlichkeit dennoch von 64 % auf 50 % reduziert; in manchen Bereichen, dort wo niedrige Betondeckungen gemessen wurden, erhöht sich die Wahrscheinlichkeit minimal auf 66 %. Im Mittel beträgt die Korrosionswahrscheinlichkeit etwa 57 % (64 % a-priori).

#### 8.6.4 Aktualisierung mittels Messung der Chloridkonzentration

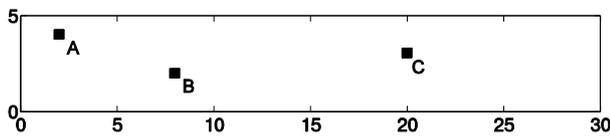
Eine alternative Möglichkeit, den Zustand der Brücke messtechnisch zu erfassen, ist die Entnahme von Bohrkernen mit anschließender chemischer Analyse derselben. Dabei werden mithilfe spezieller Bohrer an einer oder mehreren Stellen Bohrkern aus dem Beton entnommen; diese Bohrkern weisen die Länge der Betonüberdeckung  $W_k$  an der entsprechenden Stelle  $k$  auf (Bild 4.3, Seite 30). Anschließend werden die Bohrkern zu Mehlproben

verarbeitet und diese anschließend durch chemische Analyse untersucht. Auf diese Weise lässt sich der Chloridgehalt bzw. die Konzentration der Chloridionen auf verschiedenen Niveaus  $z_i$  gemessen von der Betonoberfläche bestimmen (siehe Bild 4.3 auf Seite 30). Damit lässt sich das Verfahren der Konzentrationsmessung gemäß nachfolgender Tab. 8.3 klassifizieren.

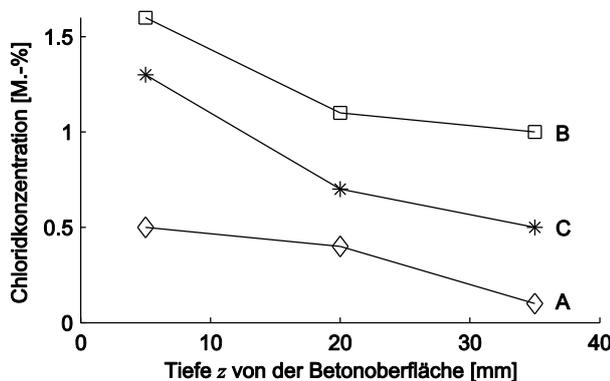
| Klassifizierung   | Kategorien  |
|-------------------|---|
| Messparameter     | Der Modelloutput des Schädigungsmodells wird gemessen     |
| Messresultat      | Kontinuierliches Messresultat (z.B. 0,15 M.-%)            |
| Dauer der Messung | Zeitlich diskrete Messung (in der Regel einmal notwendig) |
| Messlokalität     | Räumlich diskrete Messungen                               |

**Tab. 8.3** Klassifizierung des Inspektionsverfahrens zur Ermittlung der Chloridkonzentration im Beton.

In der vorliegenden Fallstudie werden verschiedene Bohrkern entnommen und deren zugehörige Konzentrationen in verschiedenen Tiefen hypothetisch gemessen. Das nachfolgende Bild 8.8 zeigt die verschiedenen gemessenen Chloridkonzentrationen (a) an den verschiedenen Entnahmestellen (b), Tab. 8.4 listet die Messwerte an den zugehörigen Entnahmestellen auf.



(a) Die Entnahmestellen der verschiedenen Betonkerne auf der Betonoberfläche.



(b) Die gemessenen Chloridkonzentrationen in verschiedenen Tiefen  $z_i$ .

**Bild 8.8:** Auswertung der Konzentrationsmessung (a) mit den zugehörigen Entnahmestellen auf der Oberfläche (b) gemäß nachfolgender Tab. 8.4.

Dabei werden zur Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit die Konzentrationen in den Tiefen  $z_k = \{5 \text{ mm}; 20 \text{ mm}; 35 \text{ mm}\}$  gemessen. An den Stellen  $(x_i, y_i)$  der Messung auf der Oberfläche wurden die Chloridkonzentrationen nach Tab. 8.4 angenommen. Um die Auswirkung extremer Messwerte auf die Korrosionswahrscheinlichkeiten zu zeigen, wurden an der Entnahmestelle A niedrige Konzentrationen angenommen.

| Lokalität $(x_i, y_i)$ | Konzentration $C_m(z_k)$ |
|------------------------|--------------------------|
| A: (2,4)               | [0,5 0,4 0,1]            |
| B: (8,2)               | [1,6 1,1 1,0]            |
| C: (20,3)              | [1,3 0,7 0,5]            |

**Tab. 8.4:** Die Orte der Konzentrationsmessungen mit den zugehörigen gemessenen Konzentrationen in den Tiefen 5 mm, 20 mm und 35 mm.

Wie in Abschnitt 8.5.2 ab Seite 49 erwähnt, ist die Messung der Chloridkonzentration in der Regel nicht exakt, sondern mit Messfehlern  $\epsilon_m$  behaftet. Die Ursache der Messfehler ist insbesondere auf die Mittelung der gemessenen Chloridkonzentration über je ein Drittel der Überdeckungshöhe und die eventuell auftretenden Fehler bei der Verarbeitung der Kerne zu Bohrmehl zurückzuführen.

In der vorliegenden Fallstudie wird der Messfehler  $\epsilon_m$ , beschrieben durch seine Verteilungsdichte  $f_\epsilon(\epsilon_m)$  durch eine Normalverteilung mit Mittelwert Null und Standardabweichung  $\sigma_\epsilon = 0,2$  [M.-%] beschrieben.

Sei  $C(\mathbf{X}, z_{ki})$  die Konzentration in der Tiefe  $z_i$  an der Stelle  $k$  auf der Betonoberfläche und  $C_{m,ki}$  die gemessene Chloridkonzentration an genau dieser Tiefe  $z_i$  und Stelle  $k$ , dann lässt sich der Zusammenhang

$$C(\mathbf{X}, z_{ki}) = C_{m,ki} - \epsilon_m \tag{8.13}$$

finden. Dadurch ist es möglich, den Messfehler als  $\epsilon_m = C_{m,ki} - C(\mathbf{X}, z_{ki})$  zu schreiben und die Likelihood-Funktion  $L(\mathbf{x}|C_{m,ki})$  damit als

$$L(\mathbf{x}|C_{m,ki}) = f_\epsilon(\epsilon_m) = f_\epsilon(C_{m,ki} - c(\mathbf{x}, z_{ki})) \tag{8.14}$$

gemäß Abschnitt 8.5.2 zu formulieren.

Liegen mehrere Messungen in unterschiedlichen Tiefen  $z_i$  und an verschiedenen Stellen  $k$  auf der Betonoberfläche vor, wie in der Fallstudie angenommen, und geht man zusätzlich davon aus, dass

die Messfehler  $\epsilon_m$  untereinander statistisch unabhängig sind, ergibt sie die gesamte Likelihood durch das Produkt über alle  $k$  und  $z_i$  zu

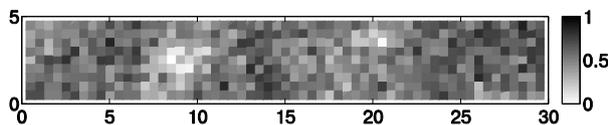
$$L(\mathbf{x} \mid \prod_{k,i} c_{m,ki}) = \prod_{\text{alle } k,i} f_{\epsilon}(c_{m,ki} - c(\mathbf{x}, z_{ki})) \quad (8.15)$$

was schließlich für die Simulation verwendet werden kann (Straub, 2011c). Mit der Verwendung der Notation  $Z$  für alle Konzentrationsmessungen findet man die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit über die gesamte Oberfläche als

$$\Pr(F|Z) = \frac{\sum_{j=1}^{n_S} I[g(\mathbf{x}_j \leq 0)] \cdot \frac{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_j) L(\mathbf{x}_j)}{\psi(\mathbf{x}_j)}}{\sum_{j=1}^{n_S} \frac{f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_j) L(\mathbf{x}_j)}{\psi(\mathbf{x}_j)}} \quad (8.16)$$

wobei  $g(\mathbf{x}_j)$  die Grenzzustandsgleichung nach Gleichung (8.5) auf Seite 48 und  $L(\mathbf{x}_j)$  die Kurzschreibweise der Likelihood aus Gleichung (8.15) darstellen.

Die Wahrscheinlichkeit von Korrosion, aktualisiert durch einzelne diskrete Konzentrationsmessungen auf der Oberfläche ist in Bild 8.9 zu sehen.



**Bild 8.9:** Korrosionswahrscheinlichkeit über die Platte der Brücke, jeweils flächig aktualisiert mithilfe der Konzentrationsmessung. Die Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 1 % und 86 %.

Hierbei lässt sich der räumliche Einfluss der Messungen erkennen. Da die Näherung erster Ordnung für die erwarteten Chloridkonzentrationen in den Messtiefen  $z_i$  (Bild 8.8) etwa 2,52 M.-%, 1,98 M.-% und 1,49 M.-% ergeben, weichen die gemessenen Konzentrationen insbesondere an der Entnahmestelle B ( $x_1 = 8, y_1 = 2$ ) relativ stark ab. Dadurch wird an dieser Stelle die Korrosionswahrscheinlichkeit stärker reduziert, was sich auch auf die direkt benachbarten Elemente auswirkt – auch dort wird die Korrosionswahrscheinlichkeit sichtbar reduziert. Der Einfluss der beiden anderen Messungen A und C ist nicht in diesem Ausmaß zu erkennen, jedoch wird die Korrosionswahrscheinlichkeit auch an diesen Entnahmestellen und deren direkter Umgebung reduziert. Die Korrosionswahrscheinlichkeit liegt beim Konzentrationsupdate zwischen 1 % und 86 %, im Mittel weist sie 53 % auf (64 % a-priori).

### 8.6.5 Aktualisierung mittels Potentialfeldmessung

Eine weitere Möglichkeit, den Zustand eines Betonbauwerks zu untersuchen, stellt die Potentialfeldmessung dar. Sie ermöglicht es, direkt auf den Zustand der Bewehrung zu schließen, bei einem relativ geringen Ausmaß der Zerstörung.

Dazu wird die Bewehrung an einer Stelle des Tragwerks freigelegt und dort mittels Klemme mit Kupferelektrode fixiert. Über ein Voltmeter wird damit die sogenannte Referenz- oder Bezugselektrode verbunden. Diese Bezugselektrode wird schließlich mithilfe eines Wagens über die Betonoberfläche geführt und so die Potentialdifferenzen zwischen Bewehrung und Betonoberfläche erfasst und aufgezeichnet. Die Potentialfeldmessung erlaubt somit eine räumlich kontinuierliche Erfassung des Bewehrungszustands bei relativ kleinem Zerstörungsaufwand, die Erfassung kann außerdem zügig erfolgen. Das Verfahren der Potentialfeldmessung lässt sich nach Tab. 8.5 klassifizieren.

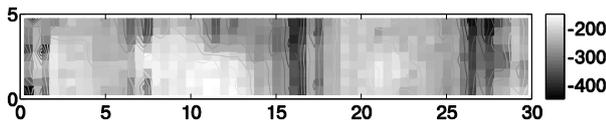
| Klassifizierung   | Kategorien  |
|-------------------|---|
| Messparameter     | Mit dem Modelloutput gekoppelte Größe wird gemessen: Potentialdifferenz |
| Messresultat      | Kontinuierliches Messresultat (z.B. $U_m = -150$ mV)                    |
| Dauer der Messung | Zeitlich diskrete Messung   |
| Messlokalität     | Räumlich verteilte Messungen  |

**Tab. 8.5** Klassifizierung des Inspektionsverfahrens der Potentialfeldmessung zwischen Betonoberfläche und Bewehrung.

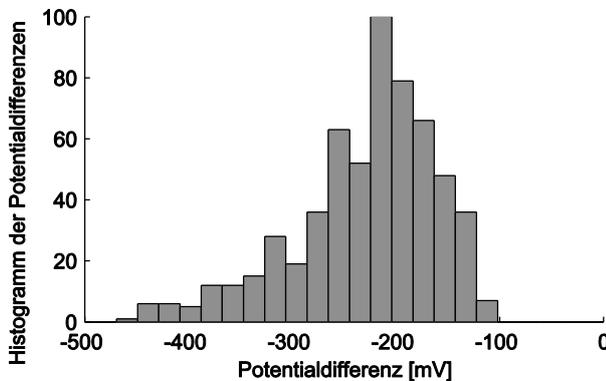
Das nachfolgende Bild 8.10 (a) zeigt das Resultat der flächig über die Betonplatte gemessenen Potentialdifferenzen sowie das zugehörige Histogramm, eingeteilt in Klassen zu je 20 mV, siehe Bild 8.10 (b). Dort sind die dunklen Regionen mit niedrigen Potentialdifferenzen – diese sind ein Indikator für eventuelle Korrosionsstellen – gut von den Regionen hoher Potentialdifferenzen (helle Regionen in Bild 8.10 (a) zu unterscheiden.

In der Literatur finden sich verschiedene Herangehensweisen zur Auswertung der Potentialdifferenzen bzw. deren Zusammenhang mit dem tatsächlichen Zustand der Bewehrung (Lentz, 2001; Maliocka, 2008; Fischer & Straub, 2011). Zum einen wurden in verschiedenen Studien die Potentialdifferenzen an verschiedenen Bauwerken gemessen und anschließend durch Freilegen der Bewehrung ausgewertet. Daraus wurde ein Grenzpotential festgelegt, unterhalb dessen die Bewehrung als korrodiert angenommen wird; oberhalb des Grenzpotentials geht man von einer passiven Bewehrung aus. Die

Grenzpotentiale wurden für verschiedene Expositionsklassen definiert. Dabei wurde das Grenzpotential jeweils so festgelegt, dass eine tatsächlich aktive Bewehrung auch in 95 % der Fälle als eine solche erkannt wird (PoD). Damit geht eine Detektion einer vermeintlich aktiven Bewehrung bei tatsächlich passiver Bewehrung in etwa 10 % der Fälle einher (PoFA) (Lentz, 2001).



(a) Die flächig gemessenen Potentialdifferenzen zwischen Bewehrung und Betonoberfläche in mV.

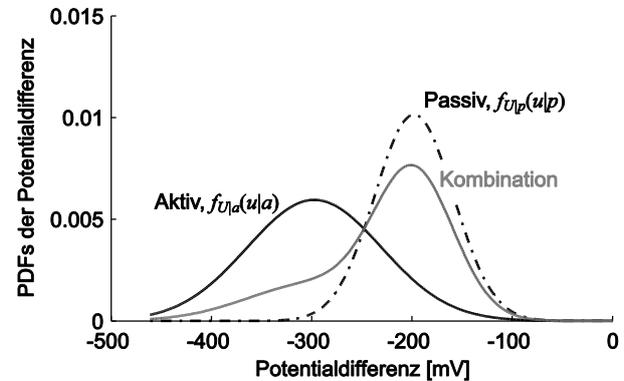


(b) Das Histogramm der gemessenen Potentialdifferenzen im Bereich von  $-500$  mV bis  $0$  mV.

**Bild 8.10:** Die Messdaten der Potentialfeldmessung, illustriert als räumliches Resultat (a) sowie als Histogramm (b). Die gemessenen Potentialdifferenzen liegen in einem Bereich zwischen  $65$  und  $-495$  mV.

Eine weitere Möglichkeit, die Verteilung der Daten an das jeweilige Bauwerk zu kalibrieren und die Verteilungsdichtefunktionen der passiven bzw. aktiven Bewehrung aufzufinden, stellt die Maximum-Likelihood-Methode dar, die in Abschnitt 5.3 bereits kurz erwähnt wurde. Diese ermöglicht das Auffinden der Verteilungsparameter durch Maximieren der Wahrscheinlichkeit der Beobachtung (Fischer & Straub, 2011). In Kessler et al. (2012) wurde die Betonoberfläche geöffnet und der Zustand der Bewehrung mit den Berechnungen verglichen; es ergab sich eine gute Übereinstimmung, insbesondere in den Bereichen mit hoher Potentialdifferenz. Im vorliegenden Beispiel wird die Maximum-Likelihood-Methode angewandt, und so die Verteilungsdichten der aktiven und passiven Bewehrung ermittelt (Bild 8.11). Dabei wird angenommen, dass die Potentialdifferenzen der aktiven und passiven Bewehrung jeweils normalverteilt seien (Lentz, 2001). Aufgrund der guten Übereinstim-

mung zwischen Berechnung und tatsächlichem Zustand der Bewehrung in Kessler et al. (2012) wurde die Annahme normalverteilter Potentialdifferenzen auch in der Fallstudie übernommen.



**Bild 8.11:** Die mittels Maximum-Likelihood-Methode gemäß Fischer & Straub (2011) ermittelten Verteilungsdichten der aktiven und passiven Bewehrung anhand der Messdaten aus Bild 8.10.

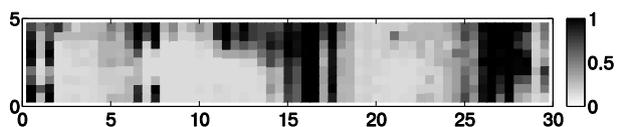
Bei der Kombination der beiden Verteilungen erkennt man die Linksschiefe, ebenso wie bei den in Bild 8.10 (b) dargestellten Messwerten. Mittels Maximum-Likelihood-Methode wurden die Parameter der Verteilungen im Fall einer aktiven Bewehrung zu  $\mu_a = -297,4$  mV und  $\sigma_a = 67$  mV, und im passiven Fall zu  $\mu_p = -197,9$  mV und  $\sigma_p = 39,3$  mV ermittelt (siehe Bild 8.11).

Wie in Bild 8.11 zu erkennen, ist der Überlappungsbereich der beiden Verteilungsdichten in dieser Fallstudie relativ groß, was dazu führt, dass im Bereich von etwa  $-270$  mV bis  $-220$  mV keine genaue Aussage über den tatsächlichen Zustand der Bewehrung möglich ist. Für gemessene Potentiale rechts von etwa  $-220$  mV ist die Wahrscheinlichkeit einer passiven Bewehrung deutlich höher als die einer aktiven. Liegt das gemessene Potential hingegen links von  $-280$  mV, kann von einer aktiven Bewehrung ausgegangen werden.

Mithilfe der Verteilung der Potentialdifferenzen der aktiven Bewehrung,  $f_{U|a}(u|a)$ , und der an jeder Stelle  $i$  gemessenen Potentialdifferenzen  $u_{m,i}$  kann die Korrosionswahrscheinlichkeit direkt für jede Stelle auf der Betonoberfläche aktualisiert werden. Mithilfe des Satzes von Bayes findet man

$$\Pr(F_i|u_{m,i}) = \frac{f_{U|a}(u_{m,i}|a) \Pr(F_i)}{f_U(u_i)}. \quad (8.17)$$

Die mittels Potentialfeldmessung aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit ist nachfolgend in Bild 8.12 dargestellt.

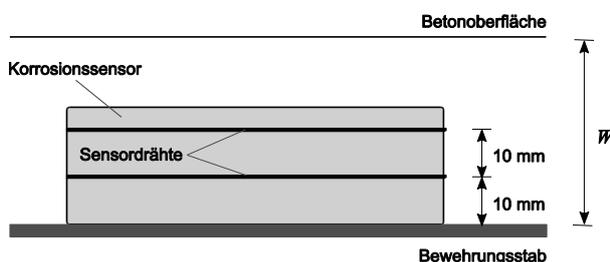


**Bild 8.12:** Korrosionswahrscheinlichkeit über die Platte der Brücke, jeweils flächig aktualisiert mithilfe der Potentialfeldmessung. Die Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 14 % und 99 %.

Im Vergleich zu Bild 8.10 (a) ist die Struktur und die räumliche Verteilung der gemessenen Potentialdifferenzen auch bei der aktualisierten Korrosionswahrscheinlichkeit gut zu erkennen. Da teilweise sehr niedrige Potentialdifferenzen von bis zu  $-461$  mV gemessen wurden (Bild 8.10 (b)), ist auch die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit in den entsprechenden Regionen sehr hoch, teilweise bei 99 %. Im Mittel liegt die Korrosionswahrscheinlichkeit bei 45 % (64 % a-priori), die geringsten aktualisierten Korrosionswahrscheinlichkeiten betragen 1 %.

### 8.6.6 Aktualisierung mittels Korrosionssensoren

Eine weitere Möglichkeit zur Beobachtung von korrosionsgefährdeten Betonbauwerken stellt der Einbau von Korrosionssensoren dar, welche zeitkontinuierlich ausgelesen werden können und so eine Prognose über den Zustand des Stahlbetonbauteils erlauben: Eine eventuelle kritische Konzentration von Chloridionen auf diskreten durch die Geometrie definierten Niveaus oberhalb der Bewehrung kann mithilfe von Opferdrähten erkannt und durch Alarmsignale angezeigt werden. Der Aufbau eines solchen Korrosionssensors ist schematisch im nachfolgenden Bild 8.13 dargestellt.



**Bild 8.13:** Schematische Darstellung des Sensors CorroDec. Die Sensordrähte (Opferdrähte) sind in den Abständen 10 mm und 20 mm von der Bewehrung verbaut und registrieren die Korrosionsfront  $C = C_{krit}$ .

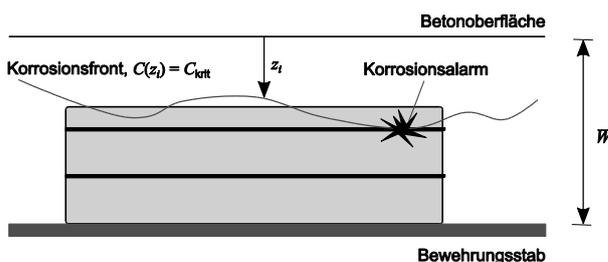
Mithilfe kleiner Stahldrähte an der Sensorunterseite werden die Sensoren mechanisch an der Bewehrung befestigt und anschließend einbetoniert. Dabei können die Sensoren sowohl zu Beginn als auch nachträglich im Bauteil montiert werden.

Sobald an einem der Sensordrähte Korrosion auftritt, wird das Alarmsignal ausgelöst und via Auswertelektronik an das Monitoringsystem weitergegeben (Bild 8.14). Damit lässt sich das Verfahren gemäß der nachfolgenden Tab. 8.6 klassifizieren.

| Klassifizierung   | Kategorien  |
|-------------------|---|
| Messparameter     | Modelloutput des Schädigungsmodells wird gemessen: Kritische Chlorkonzentration $C_{krit}(z)$ im Rahmen einer Stellvertreterkorrosion |
| Messresultat      | Diskretes Messresultat: Korrosion ja oder nein  |
| Dauer der Messung | Zeitlich kontinuierlich Messung*  |
| Messlokalität     | Räumlich diskrete Messungen   |

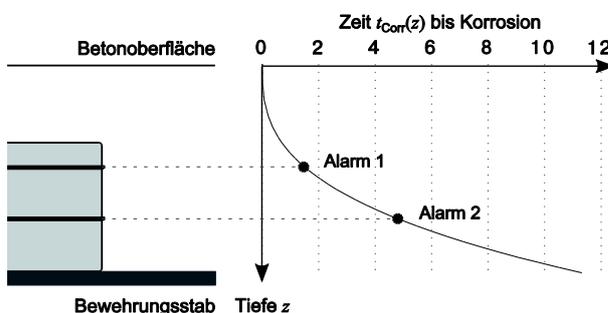
\* Als zeitlich kontinuierlich wird hier die Möglichkeit verstanden, die Sensorik zu jedem beliebigen Zeitpunkt schnell und ohne größeren Aufwand durchführen zu können.

**Tab. 8.6** Klassifizierung des Inspektionsverfahrens zur Ermittlung der Betonüberdeckung der Bewehrungsstäbe.



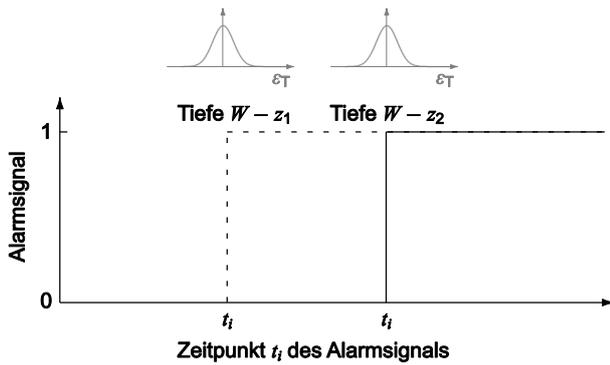
**Bild 8.14:** Korrosionsalarm, erkannt mithilfe des Sensors. Ein Alarm ist erkennbar, sobald die Korrosionsfront  $C(z_i) = C_{krit}$  das Niveau  $z_i$  der jeweiligen Sensordrähte erreicht.

Im Regelfall wird der Alarm zuerst an dem Draht ausgelöst, der sich in größerer Entfernung von der Bewehrung befindet, da die Chloridkonzentration mit der Tiefe  $z$  abnimmt (Bild 8.15).



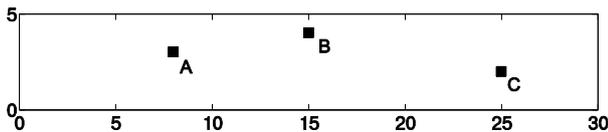
**Bild 8.15:** Die Korrosionszeitpunkte in Abhängigkeit der Tiefe  $z$  sowie die Alarmzeitpunkte der Korrosionssensoren.

Das nachfolgende Bild 8.16 stellt den zeitlichen Verlauf der Alarmsignale schematisch dar, wo die gestrichelte Linie das zuerst ausgelöste Alarmsignal repräsentiert. In grauer Farbe sind die Verteilungen des angenommenen Messfehlers  $\epsilon_T$  angedeutet.



**Bild 8.16:** Schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Alarmsignale für die beiden Tiefen  $W - z_1$  und  $W - z_2$ . Da die kritische Konzentration zuerst in der Tiefe  $W - z_1$  erreicht wird, tritt das zugehörige Signal i. d. R. vor dem zweiten auf.

In der vorliegenden Fallstudie werden Sensoren an drei verschiedenen Stellen A, B und C eingebaut und das Alarmsignal zeitkontinuierlich ausgelesen. Das nachfolgende Bild zeigt schematisch die verschiedenen Einbaustellen der Korrosionssensoren.



**Bild 8.17:** Positionierung der Korrosionssensoren auf der Oberfläche gemäß nachfolgender Tab. 8.4.

Die Aufnahme des zeitlichen Signals erfolgt dabei in 10 mm bzw. 20 mm oberhalb der Bewehrung. An den Stellen  $(x_i, y_i)$  der Sensorüberwachung wurden die Alarmsignale hypothetisch nach folgender Tab. 8.4 detektiert.

| Position $(x_i, y_i)$ [m] | Alarmzeitpunkt $t_i(z_k)$ [a] |
|---------------------------|-------------------------------|
| A: (8,3)                  | [0,03 1]                      |
| B: (15,4)                 | [0,1 2]                       |
| C: (25,2)                 | [2 10]                        |

**Tab. 8.7:** Die Orte der Korrosionssensoren mit den zugehörigen Alarmzeitpunkten in den Tiefen 20 mm und 30 mm unterhalb der Betonoberfläche.

Wie schon zuvor erwähnt, ist auch die Messung der Korrosionszeitpunkte in der Regel nicht exakt, sondern mit Messfehlern  $\epsilon_T$  behaftet (graue Verteilungen in Bild 8.16). Die Ursache der Messfehler ist nebst den Modellunsicherheiten des Korrosionsmodells auch auf die nicht exakt bekannte Lage unterhalb der Betonoberfläche zurückzuführen.

In der vorliegenden Fallstudie wird der Messfehler  $\epsilon_T$ , beschrieben durch seine Verteilungsdichte  $f_\epsilon(\epsilon_T)$  mit Normalverteilung, mit Mittelwert Null und Standardabweichung  $\sigma_\epsilon = 2$  [a] beschrieben.

Der rechnerische Zeitpunkt, zu dem in einer Tiefe  $z_i$  Korrosion initiiert wird, ergibt sich durch Umstellen von Gleichung (8.1) auf Seite 47 zu

$$T_{\text{init}}(\mathbf{X}, z_i) = (D_0 K_e t_0^A)^{\frac{1}{1-A}} \times \left( \frac{z_i}{2 \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{C_{\text{krit}}}{C_S} \right)} \right)^{\frac{2}{1-A}} \quad (8.18)$$

Sei  $T_{\text{init}}(\mathbf{X}, z_{ki})$  der rechnerische Zeitpunkt des Alarmsignals in der Tiefe  $z_i$  an der Stelle  $k$  auf der Betonoberfläche und  $T_{m,ki}$  die gemessene Chloridkonzentration an genau dieser Tiefe  $z_i$  und Stelle  $k$ , dann lässt sich der Zusammenhang

$$T_{\text{init}}(\mathbf{X}, z_{ki}) = T_{m,ki} - \epsilon_T \quad (8.19)$$

finden. Dadurch ist es möglich, den Messfehler als  $\epsilon_T = T_{m,ki} - T_{\text{init}}(\mathbf{X}, z_{ki})$  zu schreiben und die Likelihood-Funktion  $L(\mathbf{x}|T_{m,ki})$  damit als

$$L(\mathbf{x}|C_{m,ki}) = f_\epsilon(\epsilon_t) = f_\epsilon(T_{m,ki} - T_{\text{init}}(\mathbf{X}, z_{ki})) \quad (8.20)$$

gemäß Abschnitt 8.5.2 zu formulieren.

Liegen mehrere Messungen in unterschiedlichen Tiefen  $z_i$  und an verschiedenen Stellen  $k$  auf der Betonoberfläche vor, wie in der Fallstudie angenommen, und geht man zusätzlich davon aus, dass die Messfehler  $\epsilon_T$  untereinander statistisch unabhängig sind, ergibt sie die gesamte Likelihood durch das Produkt über alle  $k$  und  $z_i$  wie schon in Gleichung (8.15) auf Seite 53 zu

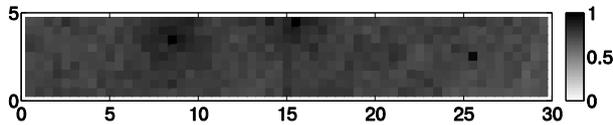
$$L\left(\mathbf{x} \left| \bigcap_{k,i} C_{m,ki} \right.\right) = \prod_{\text{alle } k,i} f_\epsilon(C_{m,ki} - C(\mathbf{x}, z_{ki})), \quad (8.21)$$

was schließlich für die Simulation verwendet werden kann. Mit der Verwendung der Notation  $Z$  für alle Alarmsignale findet man die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit über die gesamte Oberfläche als

$$\Pr(F|Z) = \frac{\sum_{j=1}^{n_S} I[g(\mathbf{x}_j \leq 0)] \cdot \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}_j) L(\mathbf{x}_j)}{\psi(\mathbf{x}_j, u_j)}}{\sum_{j=1}^{n_S} \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}_j) L(\mathbf{x}_j)}{\psi(\mathbf{x}_j, u_j)}} \quad (8.22)$$

Auch hier ist  $g(\mathbf{X})$  die Grenzzustandsgleichung, formuliert in Gleichung (8.5) (Seite 48), und  $L(\mathbf{x}_j)$  die

Kurzschreibweise der Likelihood aus Gleichung (8.21). Die Wahrscheinlichkeit von Korrosion, aktualisiert durch die Signale der Korrosionssensoren auf der Oberfläche ist in Bild 8.9 zu sehen.

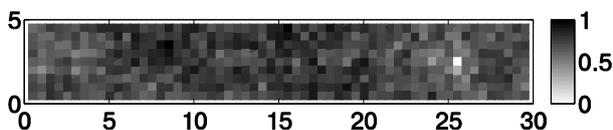


**Bild 8.18:** Korrosionswahrscheinlichkeit über die Platte der Brücke, jeweils flächig aktualisiert mithilfe der Sensorsignale. Die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 64 % und 99 %.

Die mittels Sensorik aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit beträgt über die Fläche verteilt zwischen 64 % und 99 %, im Mittel etwa 75 %. Die A-priori Wahrscheinlichkeit beträgt 64 % im Vergleich.

Im Vergleich zum Update mithilfe der Chloridkonzentration (Bild 8.9, Seite 53) ist der räumliche Einfluss auch bei der Sensorüberwachung gut zu erkennen. Da das erste Alarmsignal an der Stelle A für Korrosion bereits nach 0,03 Jahren zu verzeichnen war, ist die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit insgesamt relativ hoch (Mittelwert 75 %). Im Mittel<sup>10</sup> würde man das erste Alarmsignal für Korrosion nach etwa einem Jahr erwarten. Der Gesamteinfluss des Alarmsignals geht deutlich aus Bild 8.18 hervor.

Der räumliche Effekt des dritten Alarmsignals (Stelle C) ist kaum wahrzunehmen. Daher wurde eine weitere Simulation durchgeführt, bei der das dritte Alarmsignal (Stelle C) erst nach 10 bzw. 30 Jahren ausgelöst wird. Das nachfolgende Bild 8.19 zeigt die mittels Korrosionssensorik aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit, welche sich zwischen 1 % und 99 % bewegt, bei Mittelwert 72 %.



**Bild 8.19:** Korrosionswahrscheinlichkeit über die Platte der Brücke, jeweils flächig aktualisiert mithilfe der Sensorsignale. Die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 1 % und 99 %.

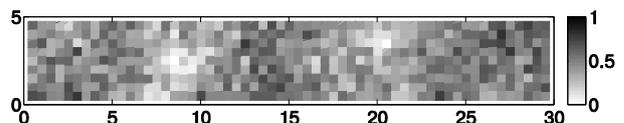
### 8.6.7 Aktualisierung mittels Kombination der beschriebenen Inspektionsmethoden

Die in den Abschnitten 8.6.3 bis 8.6.6 beschriebenen Verfahren zur Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit können auch in Kombination durchgeführt werden, so dass alle gewonnenen Informationen gemeinsam in das Update einfließen.

Nachfolgender Abschnitt zeigt die Kombinationen aus Überdeckungs- und Konzentrationsmessung, Überdeckungs- und Potentialfeldmessung, Konzentrations- und Potentialfeldmessung, sowie die Kombination aller drei Inspektionsresultate, jeweils ausgewertet zum Zeitpunkt der angenommenen Inspektion nach 45 Jahren. Ebenso kombiniert wird das mittels Sensorik gewonnene Resultat mit je Überdeckungs- und Potentialfeldmessung, sowie der Kombination der drei Verfahren.

#### Überdeckungs- und Konzentrationsmessung

Nachfolgendes Bild 8.20 zeigt die kombinierte Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit mithilfe von Überdeckungs- und Konzentrationsmessung.



**Bild 8.20:** Kombinierte Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit durch Verwendung der Daten aus ortskontinuierlicher Überdeckungs- und ortsdiskreter Konzentrationsmessung. Die kombiniert aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 1 % und 80 %.

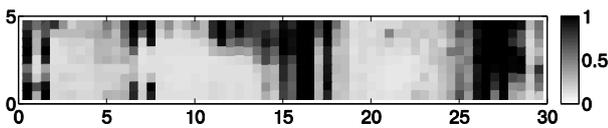
Bei der kombinierten Aktualisierung durch Überdeckungs- und Konzentrationsmessung zeigt sich, dass der Einfluss der Konzentrationsmessung stärker ausgeprägt ist als der der Überdeckungsmessung. Die Stellen der Messungen sind wieder klar erkennbar (wie in Bild 8.9), genau wie die lokale Ausdehnung des Einflusses der Messwerte. Die Korrosionswahrscheinlichkeit liegt, wie beim reinen Konzentrationsupdate, zwischen 1 % und 80 %, der Mittelwert liegt bei etwa 44 %.

#### Überdeckungs- und Potentialfeldmessung

Die Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit mithilfe von Überdeckungs- und Potentialfeldmessung ist im nachfolgenden Bild 8.21 zu sehen.

<sup>10</sup> Der erwartete Zeitpunkt des ersten bzw. zweiten Alarmsignals ( $Z_1 = W - 20$  mm, bzw.  $Z_1 = W - 10$  mm) wurde mithilfe einer

Näherung erster Ordnung für den Erwartungswert einer Funktion bestimmt (Straub, 2010).



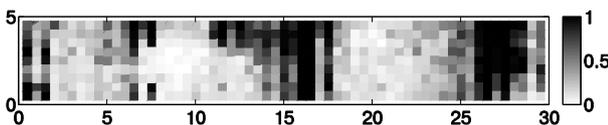
**Bild 8.21:** Kombinierte Aktualisierung durch Verwendung der Daten aus ortskontinuierlicher Überdeckungs- und Potentialfeldmessung. Die kombiniert aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 10 % und 99 %.

Genau wie in Bild 8.20 spielt die Überdeckungsmessung auch im Update mittels Überdeckungs- und Potentialfeldmessung eine untergeordnete Rolle. Im besten Fall reduziert sich die kombinierte Korrosionswahrscheinlichkeit von 14 % beim reinen Update mit ausschließlich Potentialfeldmessung auf 10 %. Im Mittel liegt die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit bei etwa 44 %.

Klar erkennbar ist auch hier wieder die Struktur der gemessenen Potentialdifferenzen aus Bild 8.10. Ein Unterschied zum Update nur mit den gemessenen Potentialdifferenzen ist in den Regionen mit hohen gemessenen Potentialdifferenzen kaum erkennbar, in den übrigen Regionen wird die Korrosionswahrscheinlichkeit leicht reduziert, wie im vorigen Absatz angemerkt.

### Konzentrations- und Potentialfeldmessung

Das nachfolgende Bild 8.22 zeigt das kombinierte Update der Korrosionswahrscheinlichkeit mithilfe von Konzentrations- und Potentialfeldmessung auf.

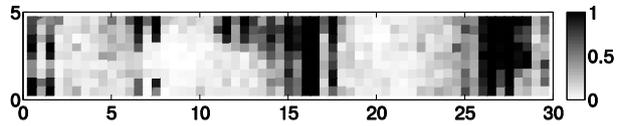


**Bild 8.22:** Kombinierte Aktualisierung durch Verwendung der Daten aus ortskontinuierlicher Potentialfeld- und ortsdiskreter Konzentrationsmessung. Die kombiniert aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 1 % und 99 %.

Das kombinierte Update mit Konzentrations- und Potentialfeldmessung weist ebenfalls hohe Korrosionswahrscheinlichkeiten auf. Auch hier ist der Einfluss der Potentialfeldmessung klar erkennbar, jedoch wirken sich auch die Messungen der Konzentration zumindest lokal aus. Gerade die im reinen Konzentrationsupdate aufgrund niedriger gemessener Konzentration sehr einflussreiche Messstelle ( $x = 8, y = 2$  m) wirkt sich im kombinierten Update kaum aus, da dort auch die größten Potentialdifferenzen gemessen wurden. Im Vergleich mit dem reinen Potentialupdate ist der Einfluss der Konzentrationsmessung jedoch zu erkennen.

### Kombination aus Überdeckungs-, Konzentrations- und Potentialfeldmessung

Nachfolgendes Bild 8.23 stellt schließlich die Kombination aller drei durchgeführten Inspektionsmethoden zusammen.

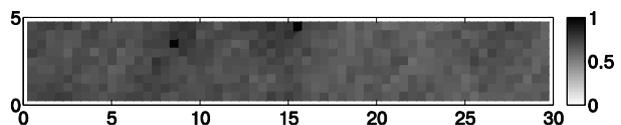


**Bild 8.23:** Kombinierte Aktualisierung durch Verwendung der Daten aus ortskontinuierlicher Überdeckungs- und Potentialfeldmessung sowie der ortsdiskreten Konzentrationsmessung. Die kombiniert aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 1 % und 99 %.

Im Fall der Kombination aller drei durchgeführten Inspektionsresultate ist der Einfluss der Potentialfeldmessung signifikant. Im Vergleich zu den zuvor durchgeführten Aktualisierungen ergeben sich durch die Kombination mit Konzentrations- und Überdeckungsmessung dennoch kleine Veränderungen in den entsprechenden Regionen höherer Potentialdifferenzen. In den Regionen mit niedrigerer Korrosionswahrscheinlichkeit nimmt auch die Überdeckungsmessung einen sichtbaren Einfluss. Die Korrosionswahrscheinlichkeit liegt im Mittel bei etwa 38 %, wobei die Extrema der Wahrscheinlichkeiten bei 1 % bzw. 99 % liegen.

### Kombination aus Überdeckungsmessung und Sensorüberwachung

Das nachfolgende Bild 8.24 zeigt die kombinierte Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit mithilfe von Überdeckungsmessung und Überwachung durch Korrosionssensoren.

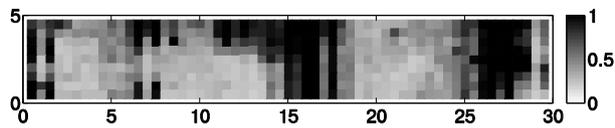


**Bild 8.24:** Die mittels Überdeckungsmessung und Korrosionssensorik aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit. Die kombiniert aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 56 % und 97 %.

Bei der Kombination der Daten aus Überdeckungsmessung und Sensorüberwachung verändert sich die Struktur der Korrosionswahrscheinlichkeit im Vergleich nicht merklich. Jedoch wird die Korrosionswahrscheinlichkeit durch die kombinierte Betrachtung mancherorts deutlich reduziert: Die Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zwischen 56 % und 97 %, im Mittel bei 68 %.

### Kombination aus Potentialfeldmessung und Sensorüberwachung

Bild 8.25 zeigt die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit aus der Kombination von Potentialfeldmessung und Sensorüberwachung.

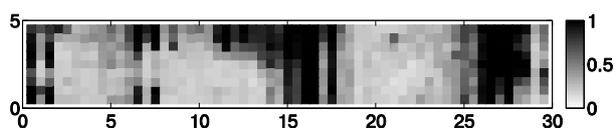


**Bild 8.25:** Die mittels Potentialfeldmessung und Korrosionssensorik aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit. Die kombinierte aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 19 % und 99 %.

Den deutlich größeren Einfluss auf die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit nimmt abermals die Potentialfeldmessung, dennoch wird die Wahrscheinlichkeit der Korrosionsinitiierung mithilfe der Korrosionssensorik in einigen Regionen erhöht. Ergibt sich das Minimum der Korrosionswahrscheinlichkeit beim reinen Potentialupdate zu 14 %, liegt es bei der kombinierten Aktualisierung bei 19 %.

### Kombination aus Überdeckungs- und Potentialfeldmessung mit Korrosionssensorik

Die Korrosionswahrscheinlichkeit kann auch durch die Kombination von Überdeckungs- und Potentialfeldmessung mit der Korrosionssensorik aktualisiert werden. Die mit der Kombination der drei Verfahren aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit ist in Bild 8.26 aufgezeichnet.



**Bild 8.26:** Kombinierte Aktualisierung durch Verwendung der Daten aus ortskontinuierlicher Überdeckungs- und Potentialfeldmessung sowie der ortsdiskreten Korrosionssensorik. Die kombinierte aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit liegt zur Zeit der Inspektion zwischen 13 % und 99 %.

Wie zu erkennen, ist die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit wieder dominiert durch die Resultate der Potentialfeldmessung. Die Kombination der drei Aktualisierungen führt zu einer Korrosionswahrscheinlichkeit im Bereich zwischen 13 % und 99 % bei einem Mittel von 51 %.

### Zusammenfassung der Kombinationen der Überwachungs- und Inspektionsdaten

Nachfolgende Tab. 8.8 listet die in den vorigen Abschnitten durch Kombination von Messresultaten aktualisierten Korrosionswahrscheinlichkeiten auf.

Wie in den vorigen Abschnitten erwähnt, basieren die Berechnungen auf den getroffenen Annahmen der Korrelationsmodelle und den Messdaten aus Bild 8.6, Bild 8.10, Tab. 8.4 und Tab. 8.7.

| Kombination | Mittel | Minimum | Maximum |
|-------------|--------|---------|---------|
| W           | 57 %   | 50 %    | 66 %    |
| C           | 52 %   | 1 %     | 86 %    |
| P           | 45 %   | 14 %    | 99 %    |
| S           | 76 %   | 63 %    | 99 %    |
| W&C         | 44 %   | 1 %     | 80 %    |
| W&P         | 44 %   | 10 %    | 99 %    |
| W&S         | 68 %   | 56 %    | 97 %    |
| C&P         | 42 %   | 1 %     | 99 %    |
| W&C&P       | 37 %   | 1 %     | 99 %    |
| W&C&S       | 51 %   | 1 %     | 99 %    |

W: Überdeckung; C: Konzentration; P: Potentialfeld; S: Sensor

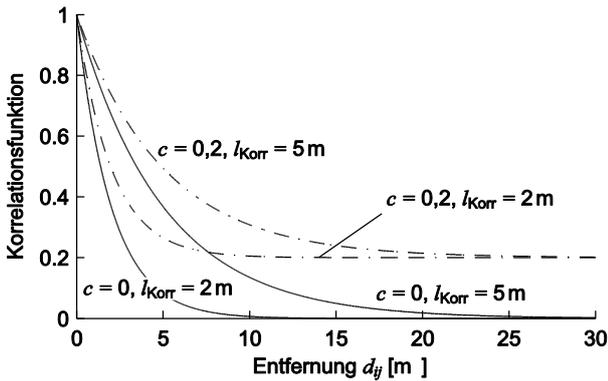
**Tab. 8.8:** Die charakteristischen Werte der jeweils durch Messdaten (W, C, P, S) bzw. deren Kombination gewonnenen Korrosionswahrscheinlichkeiten.

Aus der tabellarischen Gegenüberstellung geht hervor, dass die höchste über die Fläche gemittelte Korrosionswahrscheinlichkeit durch die alleinige Aktualisierung durch Sensorüberwachung angezeigt wird (76 %); die niedrigste gemittelte Korrosionswahrscheinlichkeit ergibt sich durch die Kombination der Messdaten aus Überdeckungs-, Konzentrations- und Potentialfeldmessung (37 %). Die minimale Wahrscheinlichkeit wird durch insgesamt 5 der Kombinationen ermittelt, ebenso wie die maximale Korrosionswahrscheinlichkeit. Die geringste Streuung der Korrosionswahrscheinlichkeit ergibt sich beim Update durch Betondeckungsmessung.

### 8.6.8 Einfluss der Korrelationslängen

Einen wesentlichen Einfluss auf die räumliche Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit durch einzelne Messungen nimmt die Wahl des Korrelationsmodells des räumlichen Zufallsfeldes. Das Modell wurde in Gleichung (8.7) (Seite 51) eingeführt und für die Berechnung herangezogen.

Im nachfolgenden Bild 8.27 ist das Korrelationsmodell aus Gleichung (8.7) für die Wahl zweier Korrelationslängen ( $l_{\text{Korr},1} = 2 \text{ m}$ ,  $l_{\text{Korr},2} = 5 \text{ m}$ ) und zweier Korrelationsparameter ( $c_1 = 0$ ,  $c_2 = 0,2$ ) dargestellt. Dort ist gut zu erkennen, wie sich die Korrelation in Abhängigkeit des Parameters  $c$  und der Korrelationslänge  $l_{\text{Korr}}$  verhält.

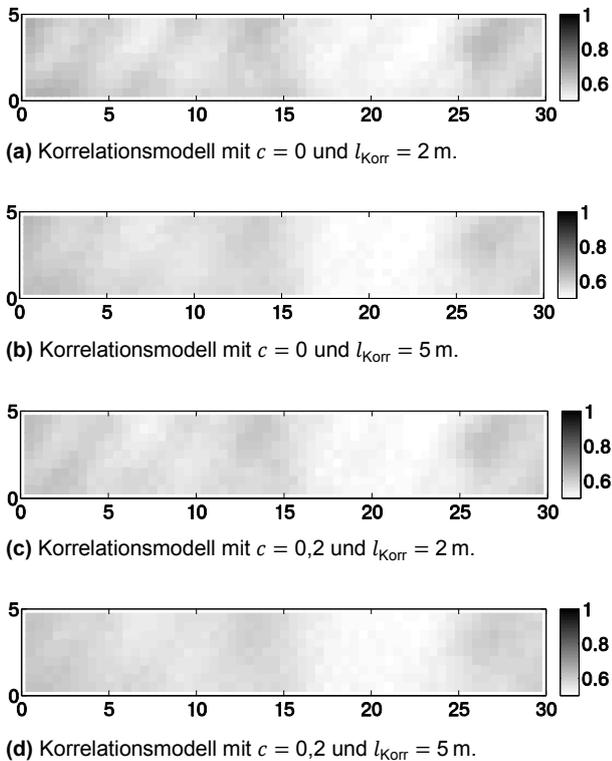


**Bild 8.27:** Das in Gleichung (8.7) eingeführte Korrelationsmodell für verschiedene Parameter  $c$  und  $l_{Korr}$  im Vergleich.

Wie in Bild 8.27 zu erkennen, ergibt sich selbst für weit entfernte Bereiche noch eine Korrelation von 0,2 (Bild 8.27), wenn die Konstante  $c$  zu 0,2 gewählt wird. Für  $c = 0$  klingt die Korrelation abhängig von der Korrelationslänge rasch ab; weit entfernte Bereiche sind damit nicht miteinander korreliert.

**Update mittels Überdeckungsmessung**

Für die in Gleichung (8.7) bzw. Bild 8.27 beschriebenen Korrelationsmodelle ergeben sich die mittels Konzentrationsmessung aktualisierten Korrosionswahrscheinlichkeiten zum Zeitpunkt der Inspektion gemäß folgendem Bild 8.28.

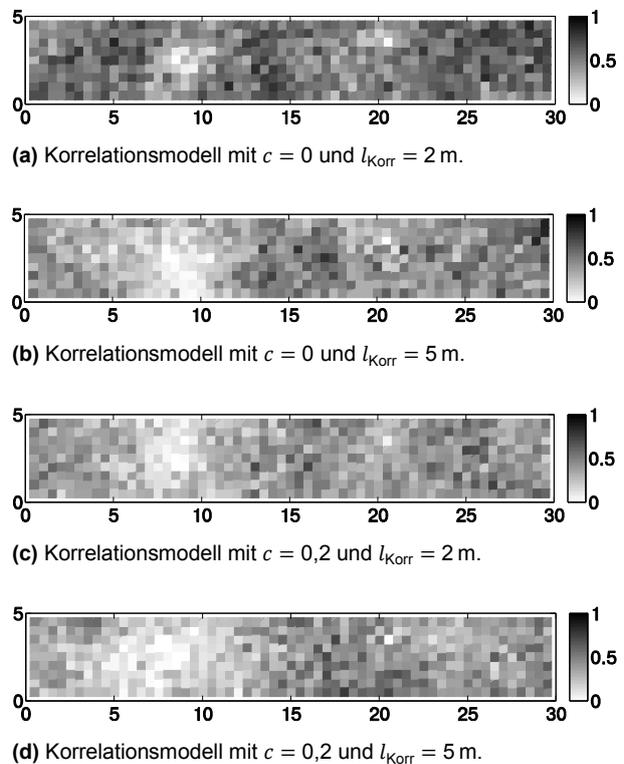


**Bild 8.28:** Der Einfluss der verschiedenen Korrelationslängen und Korrelationsmodelle auf die Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit mittels Überdeckungsmessung.

Aus den Bildern geht hervor, dass die Wahl der Korrelationslänge keine wesentliche Rolle spielt. Der Mittelwert der Korrosionswahrscheinlichkeit ergibt sich zu je 56 % bzw. 57 % für alle vier Fälle in Bild 8.28. Das Minimum nimmt Werte von 49 % bzw. 50 % an, das Maximum schwankt zwischen 63 % und 65 %. Dieser Sachverhalt ist daher zu erklären, dass an jeder Stelle auf der Betonoberfläche eine Messung vorgenommen wurde und damit die Messung an einer Stelle wenig Einfluss auf die benachbarten Regionen ausübt.

**Update mittels Konzentrationsmessung**

Nachfolgendes Bild 8.29 zeigt den Einfluss des Korrelationsmodells bzw. den der Korrelationslänge für die Konzentrationsmessung auf.



**Bild 8.29:** Der Einfluss der verschiedenen Korrelationslängen und Korrelationsmodelle auf die Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit mittels Konzentrationsmessung.

Für alle Aktualisierungen (a – d) ergibt sich ein Minimum von etwa 1 % Korrosionswahrscheinlichkeit. Die maximale Korrosionswahrscheinlichkeit ergibt sich im vorliegenden Modell sowohl für (a) als auch für (b) zu 86 %. Für das Korrelationsmodell (c) ergibt sich ein Maximum der Korrosionswahrscheinlichkeit von 74 %, für das Korrelationsmodell in Bild (d) findet man diese zu 77 %. Es ist erkennbar, dass der Parameter  $c$  in dieser Fallstudie und für das Update mittels Konzentrationsmessung den einzigen Ein-

fluss auf die maximale Korrosionswahrscheinlichkeit nimmt; hingegen spielt die Korrelationslänge hierfür eine untergeordnete Rolle. Die extremen Korrosionswahrscheinlichkeiten werden besonders durch die extremen gemessenen Konzentrationen gesteuert. Die mittlere Korrosionswahrscheinlichkeit reduziert sich im vorliegenden Beispiel jedoch stark mit der Änderung des Korrelationsmodells und der Korrelationslänge.

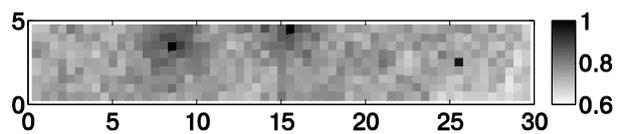
Für die Korrelationslänge  $l_{\text{Korr}} = 2$  m mit Modellparameter  $c = 0$  findet man eine mittlere Korrosionswahrscheinlichkeit von 53 %. Bei der Wahl einer größeren Korrelationslänge  $l_{\text{Korr}} = 5$  m ergibt sich ein wesentlich größerer regionaler Einfluss der Messungen, was schließlich – aufgrund der sehr niedrigen gemessenen Konzentrationen bei der Entnahmestelle  $x = 8$  m und  $y = 2$  m – auch den Mittelwert der Korrosionswahrscheinlichkeit auf 36 % reduziert. Der zunehmende räumliche Einfluss der Messung ist gut auf Bild 8.29 (b).

Der Vergleich zwischen Bild 8.29 (a) und (c) zeigt den Einfluss der Konstante  $c$ . Während der Effekt der Messung in (a) lokal deutlich zu vernehmen ist, ergibt sich in (c) eine deutlich weitläufigere Ausdehnung der Wirkung des Messresultats auf die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit; auch die mittlere Korrosionswahrscheinlichkeit wird von 53 % (a) auf 36 % (c) deutlich reduziert.

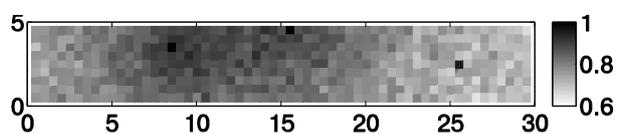
Im weiteren Vergleich mit Bild 8.28 (d), bei dem die Korrelation gemäß Bild 8.27 die stärkste Ausprägung und den am weitesten reichenden Einfluss aufweist, ist die Beeinflussung des Updates durch das Messresultat am stärksten bemerkbar. Die mittlere Korrosionswahrscheinlichkeit reduziert sich auf 33 %.

### Update mittels Sensorüberwachung

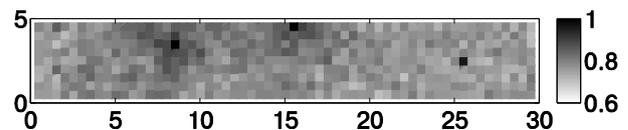
Im nachfolgenden Bild 8.30 ist der Einfluss des Korrelationsmodells für die Sensorüberwachung dargestellt.



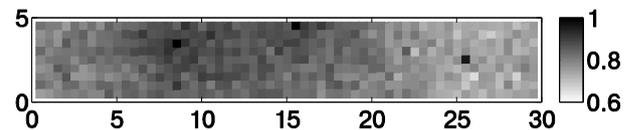
(a) Korrelationsmodell mit  $c = 0$  und  $l_{\text{Korr}} = 2$  m.



(b) Korrelationsmodell mit  $c = 0$  und  $l_{\text{Korr}} = 5$  m.



(c) Korrelationsmodell mit  $c = 0,2$  und  $l_{\text{Korr}} = 2$  m.



(d) Korrelationsmodell mit  $c = 0,2$  und  $l_{\text{Korr}} = 5$  m.

**Bild 8.30:** Der Einfluss der verschiedenen Korrelationslängen und Korrelationsmodelle auf die Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit mittels Sensorüberwachung.

Wie auch schon bei der Aktualisierung durch Konzentrationsmessung ist beim Sensorupdate der räumliche Einfluss der Sensorsignale auf die Korrosionswahrscheinlichkeit klar zu erkennen. Für eine Korrelationslänge von 2 m ergibt sich eine minimale Korrosionswahrscheinlichkeit von 64 % ( $c = 0$ ) bzw. 69 % ( $c = 0,2$ ). Die maximale Korrosionswahrscheinlichkeit beträgt für alle Korrelationsmodelle 99 %. Für eine Korrelationslänge von 2 m findet man die mittlere Korrosionswahrscheinlichkeit jeweils zu 76 % ( $c = 0$ ) bzw. 78 % ( $c = 0,2$ ), bei Verwendung von  $l_{\text{Korr}} = 5$  m erhöht sich diese auf 80 % ( $c = 0$ ) bzw. 81 % ( $c = 0,2$ ).

Im Vergleich von Bild 8.30 (a) mit (b) ist der Einfluss der größeren Korrelationslänge auf die räumliche Aktualisierung der Korrosionswahrscheinlichkeit gut zu erkennen. Das sehr früh detektierte Korrosionssignal bei  $x = 8$  m und  $y = 3$  m führt zu einer Erhöhung der Korrosionswahrscheinlichkeit. Bei größerer räumlicher Korrelation erhöht sich damit die Wahrscheinlichkeit auch in den benachbarten Regionen. Der Einfluss des Korrelationsparameters  $c$  spielt eine eher untergeordnete Rolle. In der vorliegenden Studie führt die Erhöhung von  $c$  lediglich zu einer kleinen Erhöhung der Korrosionswahrscheinlichkeit (76 % auf 78 % bzw. 80 % auf 81 %).

### Fazit zum Korrelationsmodell

Die Wahl des Korrelationsmodells bzw. der Korrelationslänge hat einen signifikanten Einfluss auf den Einfluss der Inspektionsresultate auf die aktualisierte Korrosionswahrscheinlichkeit, wie z.B. Bild 8.29 und Bild 8.30 zeigen, speziell wenn wenige Messungen vorliegen, nimmt das Korrelationsmodell eine wichtige Rolle ein. Da durch die Modellierung mit räumlichen Zufallsfeldern die räumliche Aktualisierung vorgenommen werden kann und das Korrelationsmodell die räumliche Ausdehnung des Einflusses der Messresultate beschreibt, wird der

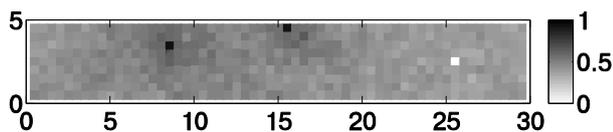
Wahl des Korrelationsmodells eine wesentliche Bedeutung zugeschrieben.

Bislang ist der Einfluss der Korrelationsmodelle für das Korrosionsmodell nicht umfassend untersucht bzw. wenig bekannt, so dass man sich auf „sinnvolle“ Annahmen (siehe Fußnote 9 im Abschnitt 8.6.1) stützen muss und damit im ungünstigen Fall zu optimistische Resultate ermittelt – was mit einer Unterschätzung des Risikos einhergeht. Im anderen Fall kann der Einfluss unterschätzt werden und damit unnötige Kosten für Reparatur oder weitere Inspektionen anfallen. Dies kann Potential für zukünftige Studien eröffnen.

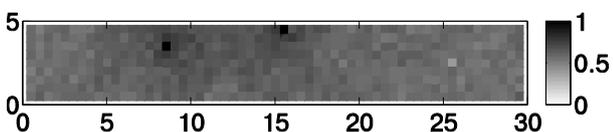
### 8.6.9 Prognose der Schädigungsentwicklung

Um den zeitlichen Einfluss der Sensorüberwachung zu zeigen, wird die Korrosionswahrscheinlichkeit für die Zeitpunkte  $t = \{10, 20, 35, 50, 70\}$  Jahre berechnet und aufgezeichnet, bedingt auf die ausgelösten Korrosionsalarme (Tab. 8.7, Seite 56). Die Resultate sind im nachfolgenden Bild 8.31 dargestellt.

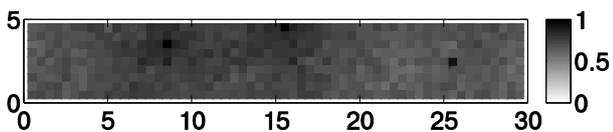
Wie zu erwarten, nimmt die über die Fläche gemittelte Korrosionswahrscheinlichkeit mit der Zeit zu. In Bild 8.31 (a) und (b) wirkt sich die an der Stelle  $x = 25$  m und  $y = 2$  m noch reduzierend auf die Wahrscheinlichkeit aus, da dort mit 2 bzw. 10 Jahren relativ späte Korrosionsalarme ausgelöst werden. Bei 35 Jahren hingegen ist dieser Effekt nicht mehr zu vernehmen.



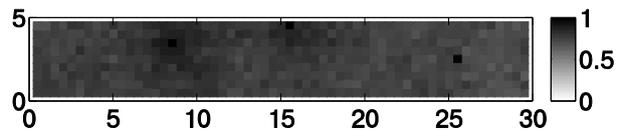
(a) Die Korrosionswahrscheinlichkeit nach 10 Jahren liegt zwischen 1,5 % und 92 %, bei Mittelwert 45 %.



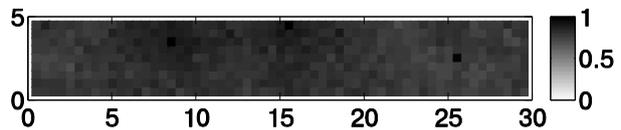
(b) Die Korrosionswahrscheinlichkeit nach 20 Jahren liegt zwischen 39 % und 99 %, bei Mittelwert 61 %.



(c) Die Korrosionswahrscheinlichkeit nach 35 Jahren liegt zwischen 56 % und 99 %, bei Mittelwert 71 %.



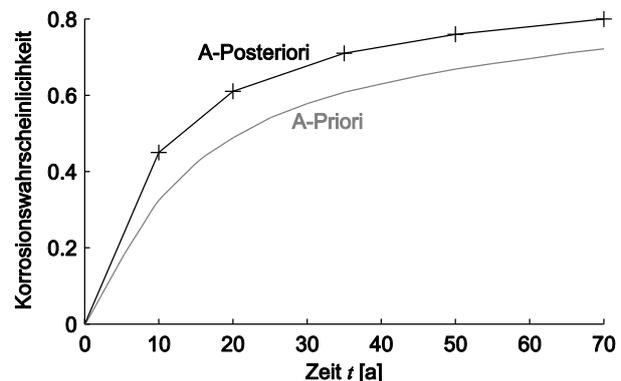
(d) Die Korrosionswahrscheinlichkeit nach 50 Jahren liegt zwischen 64 % und 99 %, bei Mittelwert 76 %.



(e) Die Korrosionswahrscheinlichkeit nach 70 Jahren liegt zwischen 69 % und 99 %, bei Mittelwert 80 %.

**Bild 8.31:** Prognostizierte Korrosionswahrscheinlichkeit für die Zeitpunkte  $t = \{20, 30, 50, 70\}$  Jahre, aktualisiert durch die Korrosionssensoren gemäß Tab. 8.7 (Seite 56).

Die mittlere Zunahme der Korrosionswahrscheinlichkeit bedingt auf die Sensorüberwachung wird im nachfolgenden Bild 8.32 mit der A-priori-Wahrscheinlichkeit aus Bild 8.5 auf Seite 50 verglichen. Aufgrund der frühen Sensoralarme ergibt sich dadurch eine erhöhte Korrosionswahrscheinlichkeit.



**Bild 8.32:** Der Vergleich der A-priori-Korrosionswahrscheinlichkeit mit dem in Bild 8.31 gezeigten zeitlichen Verlauf der mittleren Korrosionswahrscheinlichkeit, bedingt auf das Sensorsignal.

## 8.7 Bewertung der Verfahren

### 8.7.1 Messung der Betonüberdeckung

Die Messung der Betonüberdeckung ist für die Bewertung von Stahlbetonbauten ein maßgeblicher Parameter, da sie für das Schädigungsmodell der Bewehrungskorrosion als entscheidender Faktor eingeht. In der Sensitivitätsanalyse nimmt  $W$  je eine Sensitivität von etwa 65 % bis 75 % an.

Wie Bild 8.7 auf Seite 51 zeigt, konnte die Korrosionswahrscheinlichkeit durch die Messung der Überdeckung aktualisiert werden und die A-priori-Wahrscheinlichkeit reduzieren. Jedoch bleibt anzumerken, dass die Korrosionswahrscheinlichkeit in

Bild 8.7 vom Zeitpunkt der Überdeckungsmessung unabhängig ist (unter der Annahme, dass sich die Betondeckung über die Zeit nicht ändert).

### 8.7.2 Konzentrations- und Potentialfeldmessung

Mithilfe der Konzentrationsmessung ist es möglich, durch die Wahl eines adäquaten Korrelationsmodells die Korrosionswahrscheinlichkeit auch mit einzelnen Messungen räumlich zu aktualisieren und eine Einschätzung für den Bauwerkszustand vorzunehmen. Besonders instationäre Effekte (z.B. Risse im Beton, höhere Beaufschlagung durch Chloridionen an vereinzelt Stellen), die durch eine Überdeckungsmessung nicht erkannt werden können, werden durch Konzentrations- oder Potentialfeldmessungen erfasst und können somit in die Bauwerksbewertung einfließen.

Dabei ist anzumerken, dass die Resultate der Potentialfeldmessung stark von den klimatischen Bedingungen und der Wassersättigung des Betons abhängen. Daher können sich für dasselbe Bauteil innerhalb kurzer Zeit unterschiedliche Einschätzungen der Korrosionswahrscheinlichkeit ergeben, obwohl sich der tatsächliche Zustand der Bewehrung nicht verändert.

Es stellt sich abschließend die Frage, ob die Annahme der normalverteilten Potentialdifferenzen auch für derart niedrige gemessene Potentialdifferenzen gerechtfertigt ist und ob hinsichtlich dessen weiterer Untersuchungsbedarf für die Ermittlung der Verteilungen besteht. Speziell der Bereich zwischen etwa  $-220$  mV und  $-270$  mV lässt nur schwer bzw. mit großen Unsicherheiten auf den tatsächlichen Zustand der Bewehrung schließen.

### 8.7.3 Korrosionssensorik

Die Verwendung von Korrosionssensoren zur Zustandsbewertung erscheint zur Erfassung des Bauwerkszustands gut geeignet. Der Zustand kann dadurch kontinuierlich<sup>11</sup> überwacht und bewertet werden, so dass entsprechende Maßnahmen optimal geplant werden können. Durch die Wahl eines Korrelationsmodells kann auch der räumliche Zustand mithilfe mehrerer Messungen bewertet werden.

<sup>11</sup> Die Messung erfolgt aktuell noch nicht kontinuierlich, kann aber zu jedem Zeitpunkt und ohne größeren Aufwand schnell erfolgen, siehe Hinweis in Tab. 8.6 (Seite 57).

<sup>12</sup> Entgegen der Konvention dieses Berichts, nach welcher Zufallsvariablen mit Großbuchstaben und deterministische Größen

### 8.7.4 Résumé

Wie in Bild 8.28 bis Bild 8.31 zu erkennen ist, hängt die aktualisierte Schädigungswahrscheinlichkeit sehr stark von der Wahl des Korrelationsmodells der Modellparameter ab. Je größer die Korrelationslänge oder der Parameter  $c$  sind, desto mehr Information kann aus einer einzelnen Messung gewonnen werden.

Um die in dieser Fallstudie hypothetisch angenommenen Korrelationsmodelle letztlich eindeutig zu definieren, sind weitere Untersuchungen notwendig. Mithilfe von Beispielberechnungen kann das Korrelationsmodell mithilfe von Versuchen, bei denen die Realität mit der Berechnung verglichen wird, validiert werden.

## 8.8 Bestimmung und Adaption der Systemzuverlässigkeit

### 8.8.1 Grundlage

An einem einfachen Beispiel soll die Zuverlässigkeit des Brückensystems ermittelt werden. Zunächst werden die Berechnungsparameter in einer einfachen Dimensionierung geschätzt und anschließend die Zuverlässigkeit der Brücke in Funktion der Zeit bestimmt. Die Ermittlung der Zuverlässigkeit erfolgt dabei unter Berücksichtigung der in den Abschnitten 8.6.2 bis 8.6.7 beschriebenen aktualisierten Korrosionswahrscheinlichkeiten.

### 8.8.2 Tragwerkswiderstand

Mithilfe einfacher Handrechnung wird die eingebaute Bewehrung näherungsweise abgeschätzt. Hierzu wird die Robustheitsbewehrung nach DIN Fachbericht 102 ermittelt. Die Robustheits- oder Mindestbewehrung muss ein Versagen ohne Vorankündigung ausschließen lassen, weshalb es erforderlich ist, diejenige Menge an Betonstahl zu verbauen, die das Rissmoment<sup>12</sup>  $M_{\text{Riss}}$  des Betonträgers aufnehmen kann. Das Rissmoment ergibt sich zu

$$M_{\text{Riss}} = \frac{\sigma \cdot I_T}{z_{\text{max}}} = \frac{f_{\text{ctk}, 0,05} \cdot I_T}{z_{\text{max}}}, \quad (8.23)$$

durch Kleinbuchstaben bezeichnet werden, wird hier das Biegemoment mit  $M$  und das Trägheitsmoment mit  $I_T$  gemäß allgemeiner Konvention der DIN-Norm bezeichnet.

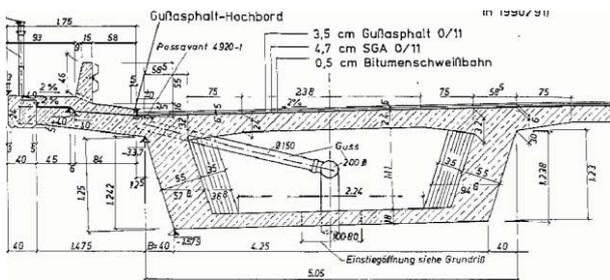
wobei  $\sigma$  bzw.  $f_{\text{ctk},0,05} = 2 \cdot 10^6 \text{ N/mm}^2$  die Zugfestigkeit des Betons nach DIN Fachbericht 102,  $I_T$  das Trägheitsmoment und  $z_{\text{max}}$  den maximalen Abstand des Querschnitts von der Schwerachse  $z_0$  bezeichnen.

Zur Berechnung von Gleichung (8.8) müssen die Querschnittswerte des Trägers ermittelt werden, um anschließend mithilfe einer linear-elastischen Berechnung und der Zugfestigkeit des Betons das Moment zu berechnen, bei dem der Beton reißt.

Die gesamte Querschnittsfläche  $A_{\text{ges}}$  ermittelt man durch Summation der Einzelquerschnittsflächen  $A_i$  aus Bild 8.33 zu

$$A_{\text{ges}} = \sum_i A_i = A_{\text{Deck}} + 2A_{\text{Steg}} + A_{\text{Platte}} \quad (8.24)$$

$$\approx 4,384 \text{ m}^2.$$



**Bild 8.33:** Bemaßter Querschnitt des in der Fallstudie betrachteten Brückenträgers (aus zugehörigem Bauwerksbuch).

Auf analoge Weise bestimmt sich die Schwerachse  $z_0$  des Brückenquerschnitts. Gemäß Zilch (2011) darf in Feldmitte die volle Plattenbreite als mitwirkende Breite angesetzt werden, so dass sich die Lage der Schwerachse berechnet zu

$$z_0 = \frac{\sum_i z_i A_i}{\sum_i A_i} \approx 0,528 \text{ m}, \quad (8.25)$$

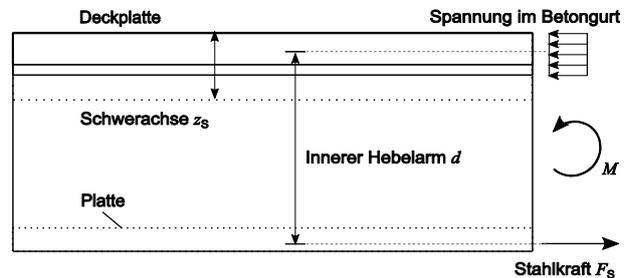
wobei  $z_i$  jeweils die Vertikalkoordinate des  $i$ -ten Teilquerschnitts  $A_i$  darstellt, ausgehend vom oberen Rand bzw. der Deckplatte des Gesamtquerschnitts (Bild 8.34).

Bei bekannter Schwerachse ergibt sich  $z_{\text{max}}$  zu 1,02 m und das Trägheitsmoment  $I_T$  kann bestimmt werden zu

$$I_T = \sum_i I_{T,i} + \sum_i z_i^2 \cdot A_i \approx 1,2831 \text{ m}^4. \quad (8.26)$$

Durch Einsetzen der gewonnenen Resultate in Gleichung (8.23) findet man das Rissmoment zu  $M_{\text{Riss}} =$

$2,753 \cdot 10^6 \text{ N m}$ . Durch Division mit dem inneren Hebelarm  $d$  (Bild 8.34) ergibt sich die aufzunehmende Stahlkraft zu  $F_S = 2,076 \text{ MN}$ .



**Bild 8.34:** Ausschnitt des Brückenträgers im Längsschnitt mit den geometrischen Größen der Schwerachse und des inneren Hebelarms, sowie der Betonspannung und der Stahlkraft.

Dividiert man die Strahlkraft durch die Fließgrenze  $f_Y = 400 \text{ N/mm}^2$  des Betonstahls, findet sich die erforderliche Stahlfläche zu

$$A_{\text{erf}} = \frac{F_S}{400 \text{ N/mm}^2} = 51,9 \text{ cm}^2. \quad (8.27)$$

Durch den Einbau von 6 Matten R 317 und 7 Stabstählen mit Durchmesser 16 mm ergibt sich die vorhandene verbaute Stahlfläche zu  $A_{\text{vorh}} = 52,1 \text{ cm}^2$ .

Aus dem Bauwerksbuch ist bekannt, dass die Spannglieder im Steg eingebaut wurden. Sie tragen die Bezeichnung SIGMA-Spannstahl, weisen jeweils eine Streckgrenze und charakteristische Bruchgrenze von  $1250 \text{ N/mm}^2$  bzw.  $1400 \text{ N/mm}^2$  auf, und wurden mit 12 Gliedern mit Durchmesser  $12,2 \text{ mm}^2$  verbaut. Damit liegt eine Spannstahlfläche von etwa  $3 \times 12,2^2 \times \pi = 1,4 \times 10^3 \text{ mm}^2$  vor.

Mithilfe der gewonnenen Informationen kann nun näherungsweise auf den Tragwiderstand der Brücke geschlossen werden. Da seitens des Materials mit den geringsten Streuungen zu rechnen ist und im vorliegenden Fall die Biegungsversagen aufgrund Bewehrungsverlusts durch Korrosion als maßgebliches Versagensereignis betrachtet wird, wird die Ermittlung des Biegungswiderstands in Funktion der Mittelwerte der Stahl- bzw. Spannstahlfestigkeiten vorgenommen und näherungsweise etwa als deterministisch angenommen.

Geht man bei der Bewehrung von einer mittleren Zugfestigkeit von  $f_A = 500 \text{ N/mm}^2$  aus und setzt für den Spannstahl eine mittlere Zugfestigkeit von  $f_P = 1770 \text{ N/mm}^2$  an, ergibt sich das maximal aufnehmbare Biegemoment  $m_R$  näherungsweise unter Verwendung der inneren Hebelarme der Bewehrung,  $d = 1,32 \text{ m}$ , und der Vorspannung,  $d_P = 1,17 \text{ m}$ , zu

$$m_R = 6,344 \text{ MN m} . \quad (8.28)$$

Dieser Tragwerkswiderstand kann nun der Tragwerkseinwirkung gegenübergestellt und damit die Zuverlässigkeitsanalyse durchgeführt werden.

Geht man von einer vollständigen Verlust der Bewehrung aus, ist das maximal aufnehmbare Moment aus Gleichung (8.28) um das aufnehmbare Moment der Bewehrung zu reduzieren. Man findet das aufnehmbare Moment alleine durch Spannstahl zu

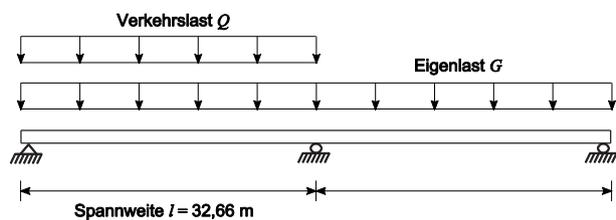
$$m_{R,F} = 2,905 \text{ MN m} , \quad (8.29)$$

was in etwa der Hälfte des Widerstands des vollständig intakten Bauwerks entspricht.

### 8.8.3 Tragwerkseinwirkung

Brücken müssen im Allgemeinen die Anforderungen der heute gültigen Normen erfüllen. Für die anzusetzende Belastung wird dazu DIN Fachbericht 101 zu Rate gezogen, zur Ermittlung der Widerstände bzw. für die Durchführung der Standsicherheitsnachweise dient im Betonbrückenbau der DIN Fachbericht 102 – Stahlbrücken werden nach DIN Fachbericht 103 und Verbundbrücken nach DIN Fachbericht 204 bemessen.

Um auf die tatsächlich vorhandene Zuverlässigkeit der Brücke schließen zu können, ist es erforderlich, nebst der im vorigen Abschnitt 8.8.2 abgehandelten Tragfähigkeit des Querschnitts, die Belastung auf die Brücke zu kennen. Zwar wurde im Jahr 2005 eine Verkehrszählung mit Ermittlung der „Durchschnittlichen täglichen Verkehrsstärke DTV“ von 27 761 Fahrzeugen je Tag durchgeführt, diese kann jedoch nicht auf die tatsächliche Verteilung der maximalen Belastung schließen lassen.



**Bild 8.35:** Das Statische System und die zugehörige Belastung aus Eigengewicht und Verkehrslast der Brücke.

Das Bemessungsmoment  $M_d$  in Feldmitte ergibt sich gemäß Bild 8.35 etwa zu

$$M_d = \frac{1,35g_k \cdot l^2}{16} + \frac{5q_d \cdot l^2}{32} . \quad (8.30)$$

Zur Modellierung der maximalen Belastung bzw. des maximalen Biegemoments auf die Brücke wird mit der Gumbel-Verteilung eine Extremwertverteilung erster Art verwendet, welche das Maximum der jährlichen Belastung probabilistisch beschreiben soll (Extremwertverteilung siehe Bild 2.5 auf Seite 6, Abschnitt 2.4.2). Sei  $M_S$  das maximale Biegemoment in Feldmitte aufgrund einer Belastung auf die Brücke, dann ist die zugehörige Gumbel-Verteilung als

$$f_M(m_S) = \frac{\exp\left(-\frac{m_S - b}{a} - \exp\left(-\frac{m_S - b}{a}\right)\right)}{a} \quad (8.31)$$

gegeben, wobei  $a$  als der Skalierungs- und  $b$  als der Lageparameter der Verteilung bezeichnet werden. Der Mittelwert des Lastmaximums  $Y$  mit Gumbel-Verteilung ergibt sich zu  $E[M_S] = b + 0,5772a$ , die Standardabweichung zu  $\sigma_M = \pi a / \sqrt{6}$ . Die zugehörige Verteilungsfunktion der maximalen Einwirkung ergibt sich zu

$$F_M(m_S) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{m_S - b}{a}\right)\right) , \quad (8.32)$$

und beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass  $M_S$  einen Wert annimmt, der kleiner ist als  $m_S$ .

Mithilfe eines Vergleichs aus Tragwerkswiderstand und Tragwerkseinwirkung und der Erfüllung des geforderten Sicherheitsindex  $\beta = 4.2$  je Jahr können die Verteilungsparameter  $a$  und  $b$  des maximalen Moments gefunden werden. Dazu nimmt man für die maximale Einwirkung an, dass der Variationskoeffizient<sup>13</sup> konstant ist und hier exemplarisch mit dem Wert 0,3 belegt wird. Aus diesem Zusammenhang findet man,  $b$  zu

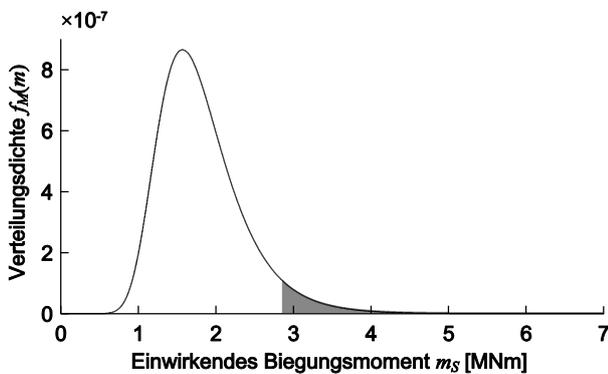
$$b = \frac{\frac{\pi}{\sqrt{6}} - 0,3 \cdot 0,5772}{0,3} \cdot a = 3,7a . \quad (8.33)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich damit zu

<sup>13</sup> Der Variationskoeffizient  $\delta$  beschreibt die auf den Mittelwert  $\mu$  bezogene Standardabweichung  $\sigma$  und ist somit eine dimensionslose Größe. Er ergibt sich zu  $\delta = \frac{\sigma}{\mu}$ .

$$\begin{aligned}
 \Pr(F) &= \Pr(M_S \geq m_R) = 1 - \Pr(M_S \leq m_R) \\
 &= 1 - \exp\left(-\exp\left(3,7 - \frac{m_R}{a}\right)\right) \quad (8.34) \\
 &= \Phi(-4,2),
 \end{aligned}$$

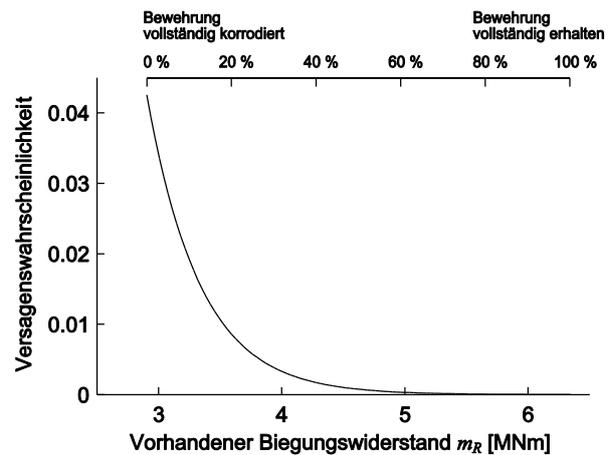
welche ausschließlich von  $a$  und  $m_R$  abhängt. Aus Gleichung (8.34) findet man die Verteilungsparameter zu  $a = 4,96 \cdot 10^6$  und  $b = 1,83 \cdot 10^7$ . Die Verteilungsdichte  $f_M(m_S)$  des maximal einwirkenden Biegemoments ist im nachfolgenden Bild 8.36 dargestellt. In grauer Farbe ist der Bereich markiert, der der Wahrscheinlichkeit eines Versagens für den Biegezugwiderstand entspricht, bei dem die Bewehrung vollständig korrodiert, die Vorspannung jedoch noch vollständig vorhanden ist.



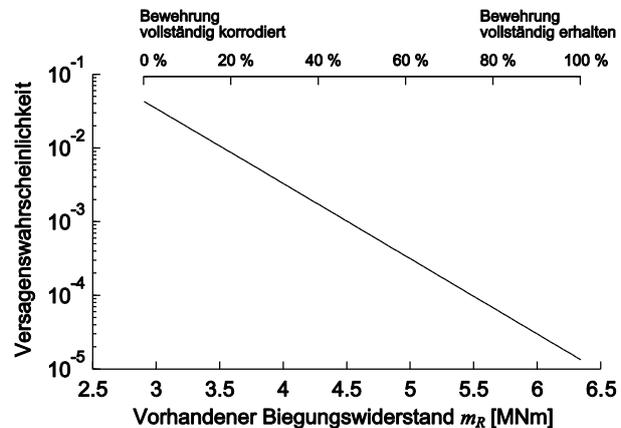
**Bild 8.36:** Die mithilfe von Gleichung (8.34) angepasste Verteilungsdichte  $f_M(m_S)$  des maximal einwirkenden Biegemoments  $M_S$  in Feldmitte, angenommen als Gumbel-Verteilung. Der grau unterlegte Bereich unter der Verteilung entspricht der Versagenswahrscheinlichkeit für den Zustand, in dem im entsprechenden Querschnitt keine Bewehrung mehr vorhanden ist.

#### 8.8.4 Zuverlässigkeitsuntersuchung

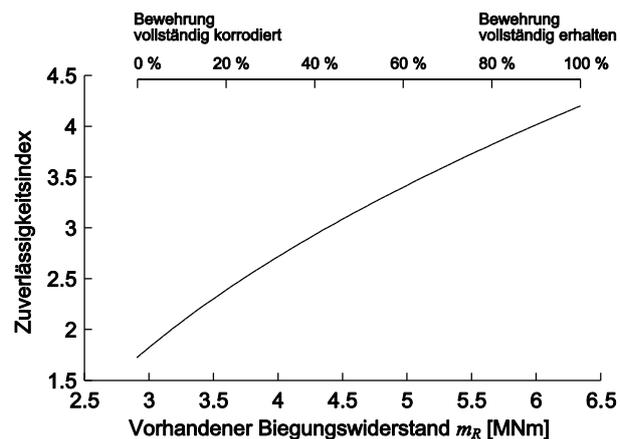
Bild 8.36 zeigt die Verteilungsdichte für das maximal einwirkende Moment in Feldmitte der Brücke, in Gleichung (8.28) wurde das maximal aufnehmbare Moment der Brücke inklusive Bewehrung und Vorspannung ermittelt. Um die Zuverlässigkeit der Brücke in Abhängigkeit der vorhandenen Bewehrung zu berechnen, wird nun die Wahrscheinlichkeit eines Versagens für den Fall des vollständigen Bewehrungsverlustes ermittelt (Bild 8.37).



(a) Versagenswahrscheinlichkeit auf linearem Maßstab.



(b) Versagenswahrscheinlichkeit auf logarithmischem Maßstab.



(c) Zuverlässigkeitsindex.

**Bild 8.37:** Die Versagenswahrscheinlichkeit  $\Pr(F|m_R)$  in Abhängigkeit des vorhandenen Biegezugwiderstands der Brücke auf (a) linearem und (b) logarithmischem Maßstab, sowie (c) der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$ .

Wie in Bild 8.37 (a – c) zu sehen, kann die Versagenswahrscheinlichkeit bzw. der Zuverlässigkeitsindex sowohl in Funktion der vorhandenen Bewehrung

rungsfläche  $a$  als auch des vorhandenen Widerstands  $m_R$  aufgezeichnet werden; diese sind zeitunabhängig.

Die Versagenswahrscheinlichkeit nimmt mit zunehmendem Biegezugwiderstand bzw. abnehmender vorhandener Bewehrungsstahlfläche ab. In Bild 8.37 (a) ist zu erkennen, dass die Abnahme der Versagenswahrscheinlichkeit ab einem Biegezugwiderstand von etwa 5,3 MNm auf linearem Maßstab nicht mehr erkennbar ist, weshalb die Versagenswahrscheinlichkeit im Bereich höherer Biegezugfestigkeiten besser auf logarithmischem Maßstab zu erkennen ist (Bild 8.37 (b)).

Mithilfe des Satzes der Totalen Wahrscheinlichkeit kann die Wahrscheinlichkeit eines Tragwerkversagens zu

$$\Pr(F) = \int_{\Omega_M} \Pr(F|m_R) f_M(m_R) dm_R \quad (8.35)$$

berechnet werden. Der Tragwiderstand  $m_R$  ist davon abhängig, welcher Flächenanteil der eingebauten Bewehrung bereits korrodiert ist bzw. noch zum Abtragen der Last zur Verfügung steht; die noch vorhandene Fläche der Bewehrung wird im Folgenden mit  $A(t)$  bezeichnet. Der Tragwiderstand  $M_R$  ist eine Funktion der zur Verfügung stehenden Bewehrungsfläche  $A(t)$ , so dass  $m_R$  als Funktion von  $a(t)$  bzw.  $f_M(m_R)$  als Funktion von  $f_A(a_t)$  geschrieben werden kann und damit Gleichung (8.35) auch als

$$\Pr(F) = \int_{\Omega_A} \Pr(F|a) f_A(a_t) da_t \quad (8.36)$$

hingeschrieben werden kann, wobei der Index  $t$  auf die zeitliche Abhängigkeit der noch zur Verfügung stehenden Bewehrungsfläche bzw. deren Verteilungsdichte hinweisen soll.

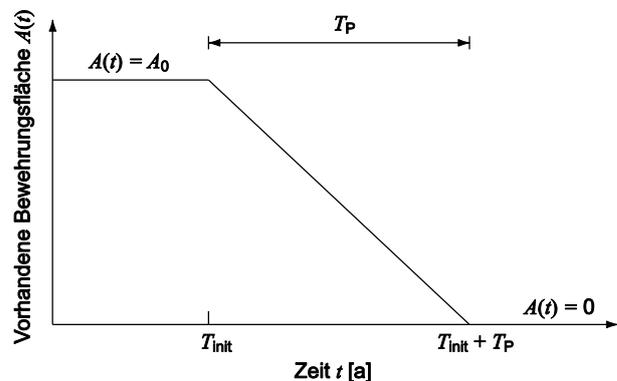
In Abschnitt 8.6 ab Seite 49 wurde die Wahrscheinlichkeit einer Korrosionsinitiierung ermittelt bzw. mithilfe von Inspektions- und Überwachungsmethoden aktualisiert. Das Modell aus den Gleichungen (8.1) bis (8.3) liefert jedoch keine Aussage zum Verlauf des sich tatsächlich auf die Tragwerkszuverlässigkeit auswirkenden Korrosionsprozesses. Daher wird im Folgenden ein einfaches Korrosionsfortschrittsmodell angenommen, um die Versagenswahrscheinlichkeit der Brücke mithilfe der Inspektions- und Überwachungsdaten zu aktualisieren.

### 8.8.5 Schädigungsmodell für den Korrosionsfortschritt

In Abhängigkeit der Zeit  $t$  und des Zeitpunkts der Korrosionsinitiierung  $T_{\text{init}}$  sei die noch vorhandene Querschnittsfläche  $A_{\text{vorh}}$  des Bewehrungsstahls stückweise definiert: Vor Erreichen des Initiierungszeitpunkts  $t_{\text{init}}$  ist die vorhandene Fläche  $A$  gleich der ursprünglich eingebauten Bewehrung,  $A_0$ . Zwischen den Zeiten der Initiierung und dem Zeitpunkt  $T_{\text{init}} + T_P$  ist die vorhandene Bewehrungsfläche als lineare Funktion der Zeit  $t$  angenommen und stellt sich als

$$A_{\text{kor}} = -\frac{A_{\text{vorh}}}{T_P} \cdot t + \frac{A_{\text{vorh}}}{1 - \frac{T_{\text{init}}}{T_{\text{init}} + T_P}} \quad (8.37)$$

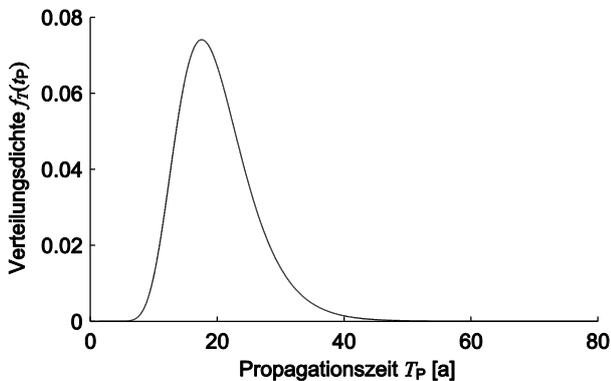
dar, wobei  $T_P$  die Propagationszeit der Korrosion beschreibt, bis zu der der Bewehrungsstahl vollständig durchgerostet ist. Nach dem Zeitpunkt  $T_{\text{init}} + T_P$  ist die vorhandene Bewehrungsfläche im Querschnitt gleich Null. Das in Gleichung (8.37) beschriebene Propagationsmodell ist im nachfolgenden Bild 8.38 dargestellt.



**Bild 8.38:** Schematische Darstellung der vorhandenen Bewehrungsfläche  $A(t)$  in Funktion der Zeit  $t$  mit den streuenden Parametern  $T_{\text{init}}$  und  $T_P$  gemäß Gleichung (8.37).

In der vorliegenden Fallstudie wurde die Propagationszeit  $T_P$  bis zum vollständigen Verlust der Bewehrung als lognormalverteilt angenommen. Diese Annahme basiert insbesondere darauf, dass die Rea-

lisierungen für  $T_P$  ausschließlich positive Werte annehmen können<sup>14</sup>. Für Mittelwert und Standardabweichung gilt  $\mu_{T_P} = 20$  Jahre und  $\sigma_{T_P} = 0,3 \cdot \mu_{T_P} = 6$  Jahre (Bild 8.39).



**Bild 8.39:** Die angenommene Lognormalverteilung für die Propagationszeit  $T_P$ .

### 8.8.6 Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit

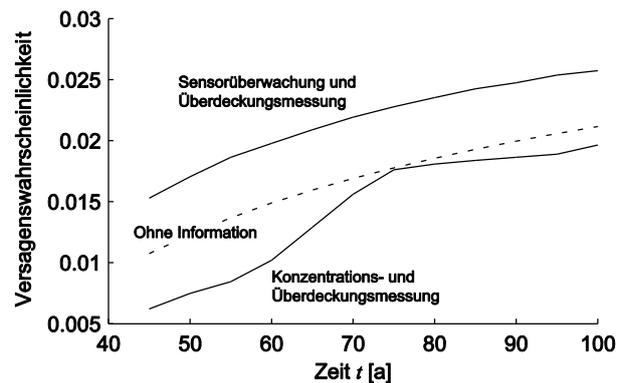
Im folgenden Abschnitt wird die Versagenswahrscheinlichkeit des Brückenträgers in Funktion der Zeit berechnet, basierend auf den Annahmen der Abschnitte 8.8.2 bis 8.8.5.

Als weitere Annahme gilt, dass die Bewehrungsfläche a-priori über die gesamte Breite der Brückenplatte gleichmäßig verteilt und damit in jedem der 10 Elemente jeweils die gleiche Querschnittsfläche vorhanden sei. Verbaut sind insgesamt  $52 \text{ cm}^2$ , pro Element in Trägermitte also  $5,2 \text{ cm}^2$ .

Als maßgeblicher Schnitt zur Ermittlung der Zuverlässigkeit wurde in der vorliegenden Fallstudie die Feldmitte des Trägers angenommen, da dort die Bewehrung in der unteren Trägerplatte für die Lastabtragung maßgeblich ist.

Zunächst wird für jedes Element  $k$  in Trägermitte der Zeitpunkt  $T_{\text{init}}(\mathbf{X}_k, W_k)$  gemäß Gleichung (8.18) simuliert, zu dem auf Niveau der Bewehrung Korrosion auftritt. Zudem muss für selbiges Element  $k$  die Propagationszeit  $T_{P,k}$  simuliert werden. Unter Verwendung von Gleichung (8.37) kann damit die Verteilungsdichte  $f_A(a_t)$  für jeden Zeitschritt diskretisiert als  $p(a_t)$  ermittelt und anschließend die Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (8.36) durch numerische Integration berechnet werden.

Im nachfolgenden Bild 8.40 ist die Versagenswahrscheinlichkeit des Brückenträgers in Funktion der Zeit dargestellt. Dabei sind die Wahrscheinlichkeiten ermittelt für (a) keine Information aus Inspektion und Überwachung, (b) mit Information aus kombinierter Überdeckungs- und Konzentrationsmessung, sowie (c) mit Information aus kombinierter Information aus Überdeckungsmessung und Sensorüberwachung. Die Resultate wurden unter Annahme von  $l_{\text{Korr}} = 2 \text{ m}$  und  $c = 0,2$  generiert.



**Bild 8.40:** Die Versagenswahrscheinlichkeit in Feldmitte des Brückenträgers, je ohne Information, mit Überdeckungs- und Konzentrationsmessung, und mit Information aus Sensorüberwachung und Überdeckungsmessung. Die Berechnung erfolgt auf Basis der Abschnitte 8.6.3 bis 8.6.7.

Wie schon in Tab. 8.8 auf Seite 59 zu erkennen war, liegt die über die Fläche gemittelte Korrosionswahrscheinlichkeit im Jahr 45 nach Eröffnung der Brücke (entspricht dem Inspektionszeitpunkt) ohne Information bei etwa 64 %. Mit kombinierter Information aus Überdeckungs- und Konzentrationsmessung bzw. aus Überdeckungsmessung und Sensorüberwachung lag die mittlere Korrosionswahrscheinlichkeit bei etwa 44 % bzw. 68 %. Dieser Trend schlägt sich auch bei der Versagenswahrscheinlichkeit der Brücke nieder.

### 8.8.7 Fazit der Zuverlässigkeitsberechnung

Für die maximale Belastung der Brücke ergeben sich im Rahmen der Zuverlässigkeitsanalyse relativ hohe Versagenswahrscheinlichkeiten für den Brückenträger.

Dies lässt sich zum einen begründen durch die angenommenen Modellparameter (Tab. 8.1, Seite 47), gemäß welcher sich die Brücke im direkten Spritzwasserbereich befindet. Diese (relativ ungünstigen) Parameter wurden angenommen, um den Einfluss

<sup>14</sup> Eine (physikalisch falsche) negative Realisierung für  $T_P$  würde bedeuten, dass die Bewehrung bereits vollständig abgerostet wäre, bevor der Korrosionsprozess überhaupt initiiert wurde.

der Inspektions- und Überwachungsresultate realitätsnah aufzeigen zu können. Des Weiteren sind die hypothetisch angenommenen Messresultate aus der Überdeckungs-, Chloridkonzentrations- und Potentialfeldmessung bzw. der Sensorüberwachung teilweise extrem. Um den Einfluss dieser einzelnen Inspektions- und Überwachungsresultate auf die Korrosionswahrscheinlichkeit und nicht zuletzt auf die Systemzuverlässigkeit zu verdeutlichen, wurden bewusst extreme Werte angenommen.

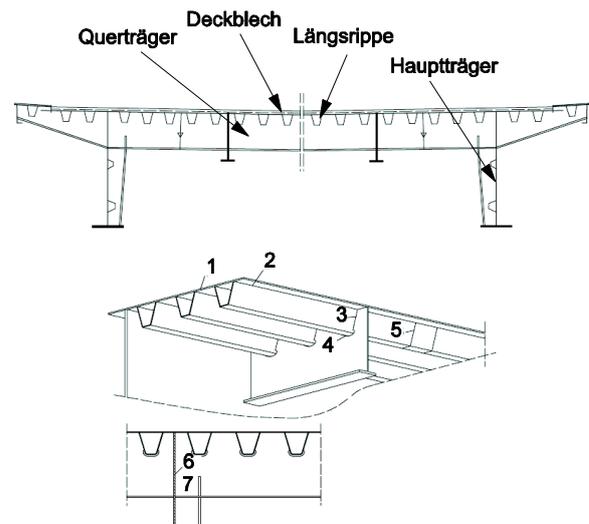
Dies hat schließlich zur Folge, dass unter weniger pessimistischen Annahmen deutlich niedrigere Korrosions- und Versagenswahrscheinlichkeiten ermittelt würden, die dennoch, wie in Abschnitt 8.6.8 angesprochen, sehr stark von der Annahme des Korrelationsmodells abhängen.

## 9 Fallstudie B: Stahlbrücke

Stahlbrücken mit mittelgroßen und großen Spannweiten werden meistens mit einer orthotropen (orthogonal-anisotropen) Fahrbahnplatte ausgeführt. In der Vergangenheit sind Ermüdungsriss entdeckt worden, die durch zyklische Beanspruchungen aus Verkehrslasten an charakteristischen Schweißverbindungen der orthotropen Platten entstanden sind (BASt, 2011). Dazu gehören die Anschlüsse zwischen den Stegblechen der Längsrippen und den Deckblechen sowie die Anschlüsse zwischen den Längsrippen und den Querträgern. Der relevante Schädigungsmechanismus ist die Materialermüdung bei hohen Lastspielzahlen.

### 9.1 Problembeschreibung

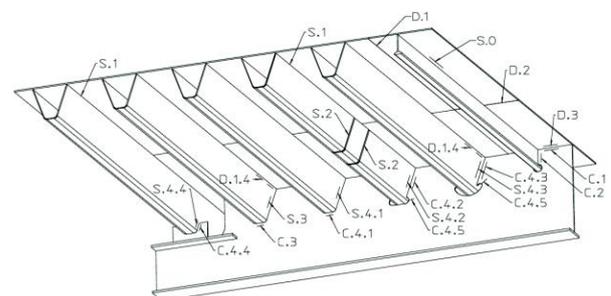
Orthotrope Fahrbahnplatten bestehen aus einer 10 bis 15 mm dicken Deckplatte, welche durch Steifen in Längsrichtung im Abstand von 600 bis 700 mm und durch Querträger alle 2 bis 4 m unterstützt wird. Es werden verschiedene Varianten von Steifen eingesetzt. Die Querträger tragen die Lasten an die Primärtragstruktur, d.h. an die Längsträger, der Brücke ab. Bedingt durch den Aufbau der orthotropen Fahrbahnplatte besitzt diese orthogonal-anisotrope Steifigkeiten. Dieser Aufbau ermöglicht eine Gewichtsreduktion und erlaubt größere Schlankheiten. Eine typische Konstruktion ist in Bild 9.1 dargestellt.



- 1 Deckblech
- 2 Anschlussnähte der Längsrippen an das Deckblech
- 3 Anschlussnähte zwischen Längsrippen und Querträgerstegblech
- 4 Querträgerausschnitt
- 5 Längsrippenstoß
- 6 Querträgerstoß
- 7 Verbindung zwischen Querträger und Hauptträger

**Bild 9.1:** Typischer Aufbau einer orthotropen Fahrbahnplatte (DIN-Fachbericht 103, 2003).

Ermüdung ist ein bekanntes Problem bei orthotropen Fahrbahnplatten; vgl. BASt (2005). Ermüdungsriss wurden an charakteristischen Orten beobachtet (BASt, 2011), siehe Bild 9.2. Diese Orte sind z.B. die Schweißverbindungen der Längsrippen und der Querträger sowie die Schweißverbindungen der Längsrippen und der Deckplatte. Ursachen für die Rissentwicklung können eine ungeeignete Ausbildung der Anschlussdetails, Herstellungsmängel und höhere Ermüdungslasten durch das steigende Verkehrsaufkommen sein (BASt, 2011).



**Bild 9.2:** Orte, an denen bei orthotropen Platten Ermüdungsriss beobachtet wurden (BASt, 2005).

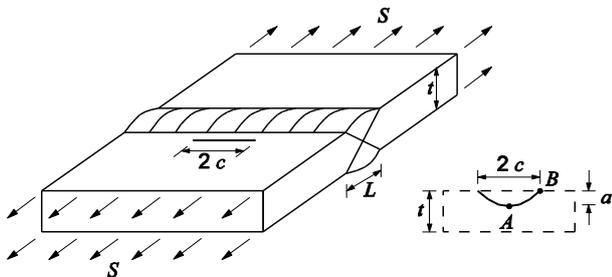
### 9.2 Zielsetzungen

Ziel der Fallstudie ist es, aufzuzeigen, wie Inspektions- und Überwachungsergebnisse in die zuverläss-

sigkeitsbasierte Zustandsbewertung einer Stahlbrücke mit orthotroper Fahrbahnplatte eingehen können.

### 9.3 Modellierung des Schädigungsmechanismus Ermüdung

Ermüdungsversagen von Schweißverbindungen entsteht oft durch Wachstum eines Oberflächenrisses ausgehend von Schweißnahtfehlern im Bereich der Schweißnahtwurzel an Stellen mit einer hohen Spannungskonzentration (vgl. z.B. Madsen, 1997). Diese ermüdungsbeanspruchten Stellen im Tragwerk werden als Hot Spots bezeichnet (siehe Bild 9.3). Im Folgenden wird angenommen, dass die Hot Spots der Tragstruktur identifiziert werden können und Ermüdung nur an diesen Orten auftritt.



**Bild 9.3:** Schematische Darstellung einer Stumpfschweißnaht mit semi-elliptischem Oberflächenriss im Bereich der Schweißnahtwurzel.

In Abschnitt 9.3.1 wird ein Modell für die stabile Risswachstumsphase vorgestellt, welches auf Konzepten der linear-elastischen Bruchmechanik beruht. Eine Möglichkeit zur vereinfachten Modellierung der ermüdungswirksamen Hot-Spot-Spannungen wird in Abschnitt 9.3.2 vorgestellt. Anschließend werden in Abschnitt 9.3.3 die Unsicherheiten, die der Modellierung des Risswachstums zugrunde liegen, diskutiert und Modelle zur Berücksichtigung dieser Unsicherheiten aufgezeigt. In Abschnitt 9.3.4 werden Kriterien für das Ermüdungsversagen vorgestellt und darauf aufbauend das Schädigungsereignis Ermüdung mit Hilfe einer die Grenzzustandsgleichung definiert.

#### 9.3.1 Schädigungsmodell

Die Geometrie von Oberflächenrissen kann mit einer semi-elliptischen Form modelliert werden (Madsen, 1997). Hierbei wird der Oberflächenriss durch die Risstiefe  $a$  und durch die Risslänge  $2c$  eindeutig beschrieben (Bild 9.3). Die Anfangsrisssform wird ebenfalls als semi-elliptisch angenommen und durch das Verhältnis der Anfangsrisstiefe und der halben Anfangsrissbreite  $a_0/c_0$  definiert.

Das Risswachstum in Tiefen- und Breitenrichtung wird mit zwei gekoppelten Differentialgleichungen modelliert, welche auf dem weit verbreiteten Gesetz von Paris und Erdogan (1963) basieren:

$$\frac{da}{dn} = C(\Delta K_A(\Delta S_e, a, c, DoB))^m \quad (9.1)$$

$$\frac{dc}{dn} = C(\Delta K_B(\Delta S_e, a, c, DoB))^m$$

Hierbei ist  $a$  die Risstiefe,  $c$  die halbe Rissbreite,  $n$  die von der Zeit  $t$  abhängige Anzahl der Spannungszyklen,  $da/dn$  ist die Risswachstumsrate,  $C$  und  $m$  sind empirische Materialparameter,  $\Delta K_A$  und  $\Delta K_B$  sind die Spannungsintensitätsfaktoren am tiefsten Punkt des Risses bzw. an der Oberfläche des Risses (vgl. Bild 9.3).

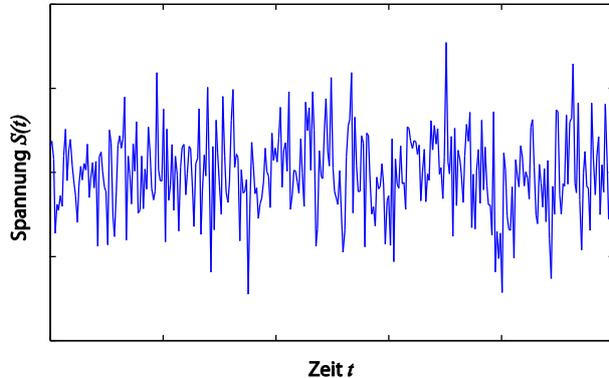
Die Spannungsintensitätsfaktoren  $\Delta K_A$  und  $\Delta K_B$  sind ein Maß für den Spannungszustand an der Risspitze. Sie sind abhängig von der Rissgeometrie und -größe, der lokalen Schweißnahtgeometrie, dem Spannungszustand (hier vereinfachend durch eine äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S_e$  modelliert, siehe Abschnitt 9.3.2) und dem Grad der Biegung  $DoB$  (engl. degree of bending), welches ein Maß für das Verhältnis von Normalspannung zu Biegespannung ist. Die Möglichkeiten zur Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren  $\Delta K_A$  und  $\Delta K_B$  werden ausführlich von Straub (2004) im Kontext einer risikobasierten Inspektionsplanung beschrieben und werden an dieser Stelle nicht weiter erläutert.

Die gekoppelten Differentialgleichungen, die in Gleichung (9.1) gegeben sind, müssen simultan unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen  $a(n=0) = a_0$  und  $c(n=0) = c_0$  gelöst werden. Die Lösung der Differentialgleichungen in Gleichung (9.1) ergibt die Risstiefe  $a$  und die halbe Rissbreite  $c$  als Funktion der Zeit  $t$ . Lösungsstrategien werden von Straub (2004) erörtert und werden an dieser Stelle nicht weiter beschrieben.

#### 9.3.2 Modellierung der ermüdungswirksamen Hot-Spot-Spannungen

Ermüdung von Bauteilen tritt durch zyklische Beanspruchungen auf, welche häufig auf zufällige Lastprozesse zurückzuführen sind. Dazu gehören z.B. Verkehrslasten auf Brücken. Die resultierenden ermüdungswirksamen Hot-Spot-Spannungen  $S(t)$  sind deswegen ebenfalls zufällig. Zur Veranschaulichung ist eine synthetisch generierte Realisation eines Hot-Spot-Spannungsprozesses  $S(t)$  in Bild 9.4

dargestellt. Die gezeigte Realisation des Hot-Spot-Spannungsprozesses  $S(t)$  beruht nicht auf Messwerten.



**Bild 9.4:** Beispielhafte Realisation eines Hot-Spot-Spannungsprozesses  $S(t)$ .

Ist der Hot-Spot-Spannungsprozess  $S(t)$  ein ergodischer, ausreichend mischender Prozess, kann er durch die Wahrscheinlichkeitsdichte der ermüdungswirksamen Spannungsschwingbreiten  $f_{\Delta S}(\Delta S)$  und die Zyklenrate  $\nu$  beschrieben werden (Madsen et al, 1986; Staub, 2004).  $f_{\Delta S}(\Delta S)$  und  $\nu$  können durch die Analyse einer ausreichend langen Realisation des Hot-Spot-Spannungsprozesses  $S(t)$  mit Hilfe einer geeigneten Zyklenzählung (etwa Rainflow-Counting) bestimmt werden.

Unter der zusätzlichen Annahme, dass die lineare Schadensakkumulationshypothese gültig ist und die Materialparameter  $C$  und  $m$  konstant mit der Zeit  $t$  sind, kann eine äquivalente Ermüdungsbelastung definiert werden (Rackwitz, 2002; Straub, 2004) (siehe auch Abschnitt 2.4.2):

$$n(t) \cdot \Delta S_e^m = \int_0^{n(t)} \Delta S(t)^m dt = n(t) \cdot E[\Delta S^m] \quad (9.2)$$

Hierbei ist  $E[.]$  der Erwartungswertoperator und  $n(t)$  ist die Anzahl der Spannungsschwingspiele über den Zeitraum  $[0, t]$ , die sich wie folgt ergibt:

$$n(t) = \nu \cdot t \quad (9.3)$$

Aufbauend auf Gleichung (9.2) kann eine äquivalente konstante Spannungsschwingbreite  $\Delta S_e$  berechnet werden (Rackwitz, 2002; Straub, 2004):

$$\Delta S_e = E[\Delta S^m]^{1/m} \quad (9.4)$$

Laut Madsen (1997) ist diese vereinfachende Modellierung der ermüdungswirksamen Lasten für die

meisten praktischen Anwendungen eine angemessene Näherung. Sollte der zugrundeliegende Hot-Spot-Spannungsprozess  $S(t)$  jedoch nicht ergodisch und ausreichend mischend sein, ist die Näherung nicht zutreffend und die darauf aufbauend berechnete Ermüdungszuverlässigkeit kann in einigen Fällen stark überschätzt werden (siehe Altamura & Straub, 2012).

### 9.3.3 Unsicherheiten im Schädigungsmodell

Die Modellierung des Ermüdungsrisswachstums ist mit Unsicherheiten behaftet. Das umfasst die Berechnung der äquivalenten Spannungsschwingbreite, die Unsicherheiten in der Bestimmung der Anfangsrisssgröße, die Unsicherheiten bei der Bestimmung der Spannungsintensitätsfaktoren, sowie die Unsicherheiten der Materialparameter. Im Folgenden werden unterschiedlich stochastische Modelle zur Berücksichtigung dieser Unsicherheiten vorgestellt.

#### Unsicherheiten bei der Berechnung der äquivalenten Spannungsschwingbreite

Die Unsicherheiten bei der Berechnung der äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S_e$  müssen für die konkrete Berechnungsmethode bestimmt werden. Nach Folsø, Otto et al. (2002) gibt es verschiedene Ursachen für diese Modellunsicherheiten:

- Unsicherheit in der Lastberechnung
- Unsicherheit in der Berechnung der Nennspannungen
- Unsicherheit in der Berechnung der Strukturspannung (Hot Spot Spannungen)
- Unsicherheit in der Beschreibung der Ausführungsqualität des Details (z.B. Kantenversatz)

Diese Modellunsicherheiten können mit einer Zufallsvariablen  $B_{\Delta S}$ , die mit der berechneten äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S_e$  multipliziert wird, berücksichtigt werden.

$$\Delta S_e' = B_{\Delta S} \cdot \Delta S_e \quad (9.5)$$

#### Unsicherheiten bei der Bestimmung der Anfangsrisssgröße

Die Bestimmung der Anfangsrisssgröße ist ebenfalls mit Unsicherheiten behaftet. Diese Unsicherheiten werden berücksichtigt, indem die Anfangsrisssgröße als Zufallsvariable modelliert wird (siehe z.B. Moan et al., 2000).

### Unsicherheiten der Materialparameter

Experimente zeigen eine signifikante Variation der Risswachstumsraten, was auf inhomogene Materialeigenschaften im mikroskopischen Bereich, die Messmethoden und die unterschiedlichen Methoden der statistischen Parameterbestimmung zurückgeführt wird (Chryssanthopoulos & Righiniotis, 2006). Die Variation der Risswachstumsraten können berücksichtigt werden, indem die Risswachstumsparameter  $C$  und  $m$  als Zufallsvariablen eingeführt werden (Straub, 2004). Der Parameter  $m$  besitzt eine hohe negative Korrelation mit dem Parameter  $C$ . Dies ist darauf zurückzuführen, dass die beiden Parameter mit Hilfe der gleichen Datensätze bestimmt werden. Laut Lassen (1997) sollte der Parameter  $m$  als deterministisch und unabhängig vom Parameter  $C$  behandelt werden, wenn das bruchmechanische Ermüdungsmodell für Spannungsschwingbreiten angewendet wird, die sich von den Spannungsschwingbreiten aus den Tests zur Bestimmung der Parameter  $m$  und  $C$  unterscheiden. Dieser Ansatz entspricht dem probabilistischen Modell, welches dem Britischen Standard BS7910 (BS 7910, 2005) zugrunde liegt.

### Unsicherheiten bei der Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren

Die Unsicherheiten bei der Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren  $\Delta K_A$  und  $\Delta K_B$  hängen von den Methoden zur Bestimmung von Geometriefaktoren und Vergrößerungsfaktoren ab (Straub, 2004). Diese Modellunsicherheiten können mit einer Zufallsvariablen  $B_{SIF}$ , die jeweils mit den berechneten Spannungsintensitätsfaktoren  $\Delta K_A$  und  $\Delta K_B$  multipliziert wird, berücksichtigt werden.

$$\begin{aligned}\Delta K'_A &= B_{SIF} \cdot \Delta K_A \\ \Delta K'_B &= B_{SIF} \cdot \Delta K_B\end{aligned}\quad (9.6)$$

#### 9.3.4 Definition des Schädigungsereignisses

Laut Madsen (1997) werden in der Bruchmechanik zwei verschiedene Kriterien für Ermüdungsversagen verwendet. Zum einem wird häufig als einfaches Kriterium die Überschreitung einer bestimmten kritischen Rissgröße verwendet. Zum anderen ist es möglich Ermüdungsversagen durch ein Bruchkriterium zu definieren. Geeignete Bruchkriterien sind z.B. im British Standard BS7910 gegeben (BS 7910, 2005). Hierbei ist anzumerken, dass es möglich ist, die kritische Rissgröße basierend auf dem Bruchkriterium zu bestimmen (z.B. Rackwitz, 2002; Altamura & Straub, 2012).

Im Folgenden wird gemäß Straub (2004) das erste Kriterium, bei dem Ermüdungsversagen bei Überschreiten einer kritischen Risstiefe angenommen wird, verwendet. Üblicherweise wird die Materialdicke bei der Betrachtung eines Oberflächenrisses als die kritische Risstiefe  $a_c$  verwendet. Das heißt, dass ein Ermüdungsversagen eintritt, wenn die Risstiefe die Materialdicke erreicht. Dies stellt für viele Fälle eine konservative Annahme dar, da die Resttragfähigkeit des Querschnitts in diesem Fall vernachlässigt wird.

Das Ereignis des Ermüdungsversagens eines Hot Spots im Zeitraum  $[0, t]$  wird mit  $F_t$  bezeichnet. Die Grenzzustandsgleichung, mit der das Ereignis  $F_t$  beschrieben wird, ist wie folgt definiert:

$$g_F(\mathbf{x}, t) = a_c - a(\mathbf{x}, t) \quad (9.7)$$

Hierbei ist  $a_c$  die kritische Risstiefe,  $a(\mathbf{x}, t)$  die berechnete Risstiefe zum Zeitpunkt  $t$ , die durch Lösung von Gleichung (9.1) bestimmt wird und  $\mathbf{x}$  ist eine Realisation der Basisvariablen  $\mathbf{X}$ , die dem Ermüdungsproblem zugrunde liegen (siehe Abschnitt 9.3.1 bis 9.3.3). Die Basisvariablen  $\mathbf{X}$  haben eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ .

Das Ereignis  $F_t$  wird durch einen Bereich  $\Omega_F(t)$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  durch die Grenzzustandsgleichung  $g_F(\mathbf{x}, t)$  wie folgt definiert:

$$\Omega_F(t) = \{g_F(\mathbf{x}, t) \leq 0\} \quad (9.8)$$

## 9.4 Klassifizierung und Modellierung der Inspektions- und Überwachungsverfahren

Für die Inspektion und Überwachung einer Stahlbrücke mit einer orthotropen Fahrbahnplatte sind verschiedene Verfahren von Bedeutung. In der aktuellen Fallstudie werden Informationen, die durch die nachfolgend aufgelisteten Inspektions- und Überwachungsmethoden über das Bauwerk gesammelt werden können, zur Aktualisierung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens verwendet:

#### Inspektion:

- Visuelle Inspektion
- Alternating Current Field Measurement (ACFM)

**Überwachung:**

- Dehnungsmessungen an Hot-Spots mit Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung von ermüdungswirksamen Spannungs-Zeit-Verläufen

Die zugehörige Klassifikation der angesprochenen Verfahren befindet sich in den nachfolgenden Abschnitten 9.4.1 bis 9.4.3.

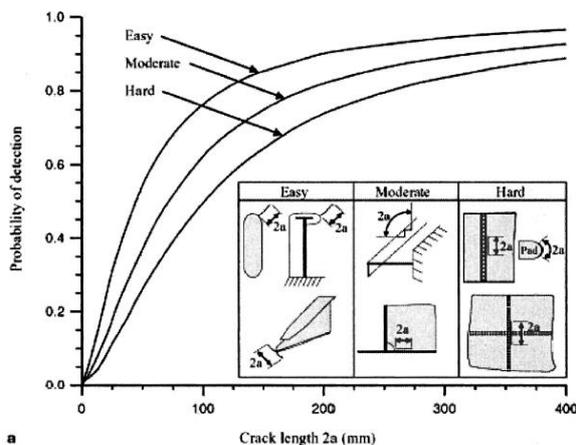
**9.4.1 Visuelle Inspektion zur Ortung von Ermüdungsrissen**

Gemäß DIN 1076 finden Bauwerksprüfungen zunächst durch visuelle Inspektion des Bauwerks statt. Dabei können größere Oberflächenrisse in der Nähe der Wurzeln der Schweißnähte orthotroper Platten entdeckt werden. Tab. 9.1 enthält die Klassifizierung der visuellen Inspektion zur Ortung von Oberflächenrisse gemäß Abschnitt 4.

| Klassifizierung   | Kategorien  |
|-------------------|---|
| Messparameter     | direkte Schadensmessung (d.h. Messung der Ausgangsgröße des Schädigungsmodells) |
| Messresultat      | diskretes Messresultat (Rissdetektion ja/nein)                                  |
| Dauer der Messung | zeitlich diskrete Messungen   |
| Messlokalität     | räumlich diskrete Messungen   |

**Tab. 9.1:** Klassifizierung der visuellen Inspektion zur Ortung von Oberflächenrisse in Schweißnähten.

Die Qualität einer visuellen Inspektion kann durch die „Probability of Detection“ (PoD) (siehe Abschnitt 5.1) modelliert werden. Ein zutreffendes PoD-Modell, welches in der Offshore-Industrie bei Inspektion von Schiffsrümpfen Anwendung findet, ist Bild 9.5 dargestellt, Paik & Thayamballi (2007).



**Bild 9.5:** PoD-Modell für visuelle Inspektionen zur Ortung von Oberflächenrisse nach Paik & Thayamballi (2007).

Für die aktuelle Fallstudie ist das in Bild 9.5 dargestellte PoD-Modell „Hard“ von Bedeutung, also komplexe Details mit schwierig zu erkennenden Rissen. Hierbei muss beachtet werden, dass gemäß der Notation, die in Abschnitt 9.3 eingeführt wurde, die Breite des Oberflächenrisses  $2c$  ist und nicht  $2a$ .

**9.4.2 Alternating Current Field Measurement zur Ortung und Vermessung von Oberflächenrisse in Schweißnähten**

Alternating Current Field Measurement (ACFM) wird zur Ortung und Vermessung von Oberflächenrisse in metallischen Materialien verwendet. Das Messverfahren basiert auf elektromagnetischen Prinzipien. Ein ACFM-Messinstrument wird auf die Oberfläche des zu inspizierenden Bauteils platziert und ein Wechselstromfeld wird in die Bauteiloberfläche induziert. Wenn kein Riss vorhanden ist, entsteht ein gleichförmiges magnetisches Feld über der Bauteiloberfläche. Ein Oberflächenriss stört hingegen das elektrische Wechselstromfeld, wobei es um den Riss herum und unterhalb des Risses fließen muss. Dadurch wird das magnetische Feld ungleichmäßig und diese Feldveränderungen können durch die Sensoren im ACFM-Messinstrument gemessen werden. Tab. 9.2 enthält die Klassifizierung des ACFM-Verfahrens zur Ortung und Vermessung von Oberflächenrisse in Schweißnähten gemäß Abschnitt 4.

| Klassifizierung   | Kategorien   |
|-------------------|--|
| Messparameter     | direkte Schadensmessung (d.h. Messung der Ausgangsgröße des Schädigungsmodells)                    |
| Messresultat      | kontinuierliches Messresultat (Rissgröße)<br>UND<br>diskretes Messresultat (Rissdetektion ja/nein) |
| Dauer der Messung | zeitlich diskrete Messungen  |
| Messlokalität     | räumlich diskrete Messungen  |

**Tab. 9.2:** Klassifizierung des ACFM-Verfahrens zur Ortung und Vermessung von Oberflächenrisse in Schweißnähten.

Bezüglich der Ortung von Oberflächenrisse, kann die Qualität des ACFM Inspektionsverfahrens durch die „Probability of Detection“ (PoD) (siehe Abschnitt 5.1) modelliert werden. Zutreffende PoD-Modelle wurde in verschiedenen Forschungsprojekten in der Offshore-Industrie mit Hilfe von Experimenten entwickelt (z.B. Straub, 2004; Visser Consultancy Limited, 2000). Für die ACFM Inspektionsmethode

stellt Straub (2004) unter anderem ein eindimensionales Modell für die PoD als Funktion der Risstiefe  $a$  vor, welches auf einem log-logistischen Ansatz basiert:

$$PoD(a) = \frac{\exp(\alpha_D + \beta_D \ln(a))}{1 + \exp(\alpha_D + \beta_D \ln(a))} \quad (9.9)$$

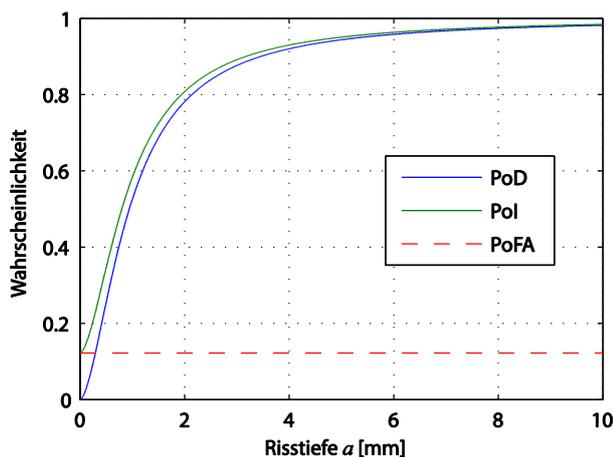
Hierbei sind  $\alpha_D$  und  $\beta_D$  die Parameter des PoD-Modells sind. Gemäß Straub (2004) ist  $\alpha_D = 0,098$  und  $\beta_D = 1,69$  für die ACFM Inspektionsmethode.

Zusätzlich zur PoD kann für die ACFM Inspektionsmethode eine „Probability of False Alarm“ (PoFA) angegeben werden (siehe Abschnitt 5.2). Diese wurde ebenfalls empirisch bestimmt. Laut Straub (2002) beträgt der Erwartungswert der PoFA der ACFM Inspektionsmethode den Wert  $0,26 \text{ m}^{-1}$ . Unter der Annahme, dass die Inspektionslänge für jeden Hot Spot  $0,5 \text{ m}$  beträgt und dass das Auftreten eines False Alarm ein Poisson-Prozess ist, ergibt sich eine  $PoFA = 0,122$  pro Hot Spot.

Die PoD und PoFA können zu einer resultierenden „Probability of Indication“ als Funktion der Risstiefe  $a$  kombiniert werden (Straub, 2004):

$$PoI(a) = PoD(a) + (1 - PoD(a))PoFA \quad (9.10)$$

Das PoD-, PoFA- und PoI-Modell für die ACFM Inspektionsmethode als Funktion der Risstiefe  $a$  ist jeweils in Bild 9.6 dargestellt.



**Bild 9.6:** PoD-, PoFA- und PoI-Modell für die ACFM Inspektionsmethode.

Bezüglich der Vermessung von Oberflächenrisen wird angenommen, dass die Messunsicherheit der ACFM Inspektionsmethode mit einem einfachen additiven Messfehler  $\epsilon_m$  modelliert werden kann. Dar-

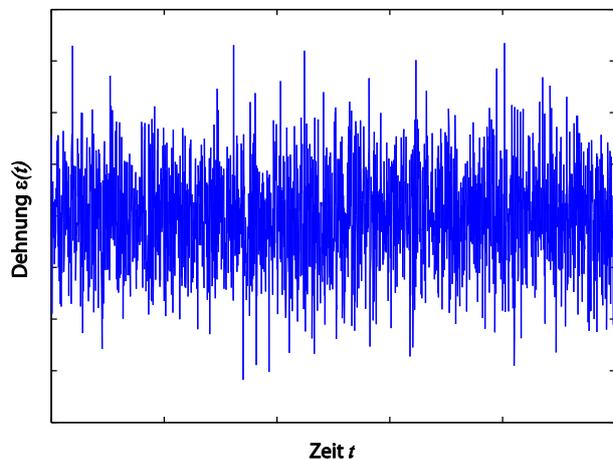
aus ergibt folgende Beziehung zwischen der gemessenen Risstiefe  $a_m$  und der tatsächlichen Risstiefe  $a$ :

$$a_m = a + \epsilon_m \quad (9.11)$$

Der Messfehler  $\epsilon_m$  wird als normalverteilt Zufallsvariable modelliert mit einem Mittelwert  $\mu_{\epsilon_m} = 0 \text{ mm}$  und einer Standardabweichung  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.5 \text{ mm}$ . Dies sind abgeschätzte Werte, da keine genauen Herstellerangaben über die Größe des Messfehlers zur Verfügung stehen.

### 9.4.3 Dehnungsmessungen an Hot-Spots mit Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung von ermüdungswirksamen Spannungs-Zeit-Verläufen

Dehnungsmessstreifen erfassen Verformungen von Bauteilen. Hierzu werden die Dehnungsmessstreifen mit Spezialklebern auf die Oberfläche von Bauteilen aufgeklebt. Moderne Dehnungsmessstreifen basieren auf dem physikalischen Prinzip, dass sich der elektrische Widerstand eines leitenden Materials bei Deformation verändert (z.B. (Keil, 1995)). Ein gemessener Dehnungs-Zeitverlauf ist schematisch in Bild 9.7 dargestellt.



**Bild 9.7:** Gemessener Dehnungs-Zeit-Verlauf (schematisch).

Die gemessenen Dehnungs-Zeit-Verläufe können mittels des Hooke'schen Gesetzes in Spannungs-Zeit-Verläufe umgerechnet werden. Die Berechnung der Spannungs-Zeit-Verläufe am Hot Spot erfordert eine weitere strukturmechanische Modellierung entweder durch die Extrapolation der Spannungen (bei Messung des Dehnungsgradienten z.B. nach (Niemi *et al.*, 2006)) oder durch die Verwendung von Spannungskonzentrationsfaktoren

(bei Messung der Dehnungen im Bereich der nominalen Spannungen). Die Klassifizierung gemäß Abschnitt 4 ist in Tab. 4.3 enthalten.

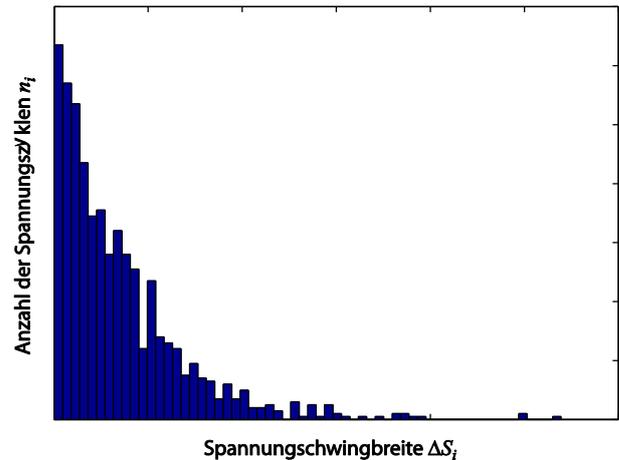
| Klassifizierung   | Kategorien  |
|-------------------|---|
| Messparameter     | eine indirekt gekoppelte Größe wird gemessen (aus den gemessenen Dehnungen werden Spannungen berechnet) |
| Messresultat      | kontinuierliches Messresultat   |
| Dauer der Messung | zeitlich kontinuierliche Messung  |
| Messlokalität     | räumlich diskrete Messungen   |

**Tab. 9.3:** Klassifizierung von Dehnungsmessungen an Hot-Spots mit Dehnungsmessstreifen zur Bestimmung von ermüdungswirksamen Spannungs-Zeit-Verläufen.

Die Unsicherheiten entsprechend des beschriebenen Verfahrens bei der Bestimmung von Spannungs-Zeit-Verläufe am Hot Spot umfassen somit den Messfehler des Messsystems, die Umrechnung der gemessenen Dehnungs-Zeit-Verläufe in Spannungs-Zeit-Verläufe und das strukturmechanische Modell zur Berechnung der Hot Spot Spannung (Thöns, 2011).

Die Messfehler eines Messsystems können durch die in Abschnitt 5.3 beschriebenen Ansätze ausgehend von einer Prozessgleichung der Dehnungsmessung, von Beobachtungen oder durch die Berechnung A-posteriori-Messunsicherheit ermittelt werden (Thöns, 2011).

In der aktuellen Fallstudie wird das Risswachstum in Abhängigkeit von einer äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S_e$  bestimmt (siehe Abschnitte 9.3.1 und 9.3.2). Auf Grundlage der Messdaten kann eine gemessene Spannungsschwingbreite  $\Delta S_{e,m}$  bestimmt werden. Hierzu wird der gemessene Spannungs-Zeit-Verlauf einer Zyklenzählung unterworfen. Daraus ergibt sich ein Histogramm der im Spannungs-Zeit-Verlauf enthaltenden Spannungsschwingbreiten  $\Delta S_i$ . Bild 9.8 zeigt exemplarisch ein Histogramm der Spannungsschwingbreiten  $\Delta S_i$ .



**Bild 9.8:** Beispielhaftes Histogramm der Spannungsschwingbreiten  $\Delta S_i$ , welches auf Grundlage eines gemessenen Spannungs-Zeit-Verlaufes bestimmt wurde.

Basierend auf dem Histogramm der Spannungsschwingbreiten  $\Delta S_i$  kann eine gemessene schadensäquivalente Spannungsschwingbreite  $\Delta S_{e,m}$  wie folgt bestimmt werden:

$$\Delta S_{e,m} = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \Delta S_i^m \cdot n_i \right)^{1/m} \quad (9.12)$$

Hierbei ist  $n$  die Gesamtzahl der gezählten Spannungsschwingspiele,  $k$  ist die Anzahl der Spannungsschwingbreiten  $\Delta S_i$ ,  $n_i$  ist die Anzahl der Spannungsschwingspiele der Spannungsschwingbreite  $\Delta S_i$  und  $m$  ist der Exponent des verwendeten Risswachstumsgesetzes (siehe Abschnitt 9.3.1).

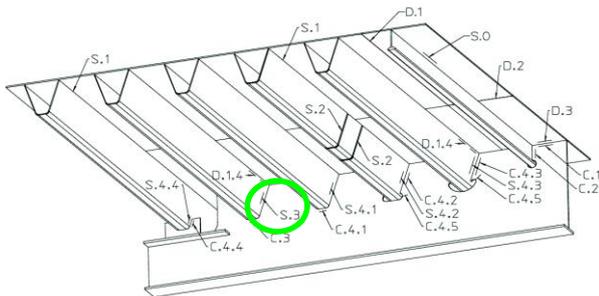
Die Unsicherheiten bei der Bestimmung der schadensäquivalenten Spannungsschwingbreite eines Hot Spots auf der Grundlage von Messdaten (d.h. der Messfehler des Messsystems, die Unsicherheit bei der Umrechnung der gemessenen Dehnungs-Zeit-Verläufe in Spannungs-Zeit-Verläufe und die Unsicherheit bei der Berechnung der Hot Spot Spannung) werden vereinfachend durch die Einführung eines globalen multiplikativen, lognormalverteilten Messfehlers  $\epsilon_m$  berücksichtigt (siehe z.B. auch Kwon & Frangopol (2010)). Daraus ergibt sich folgende Beziehung zwischen der gemessenen äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S_{e,m}$  und der äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S'_e$ , die in Gleichung (9.5) definiert ist:

$$\Delta S'_e = \epsilon_m \cdot \Delta S_{e,m} \quad (9.13)$$

## 9.5 Schädigungsprognose und Adaption der Schädigungsmodelle

### 9.5.1 Beispieldefinition

In der aktuellen Fallstudie werden exemplarisch Hot Spots betrachtet, die sich an den Schweißverbindungen zwischen den Stegen trapezförmiger Längsrippen und den Querträgern befinden. Dies entspricht der Rissinitiationsstelle S.3 in Bild 9.9.

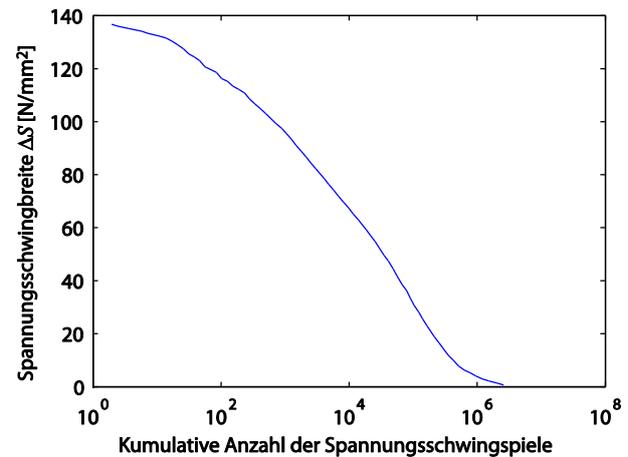


**Bild 9.9:** Der in der Fallstudie untersuchte Hot Spot (Quelle: BAST, 2005).

Es wird angenommen, dass der Steg der trapezförmigen Längsrippe eine Wandstärke von 6 mm hat. Die kritische Risstiefe  $a_c$  wird der Wandstärke gleichgesetzt (siehe Abschnitt 9.3.4).

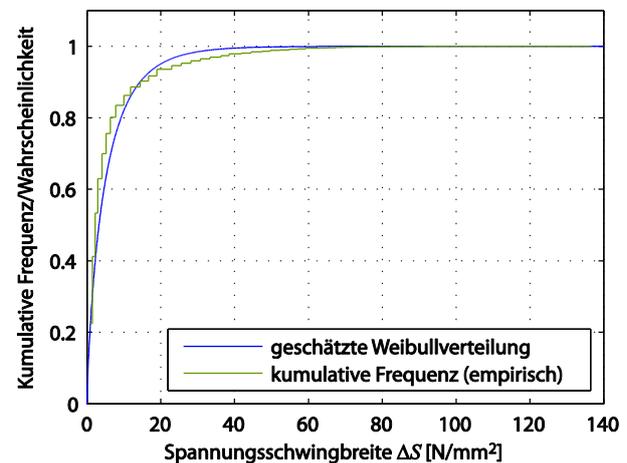
Die Anfangsrisssgröße  $a_0$  wird als exponentialverteilt mit Mittelwert  $\mu_{a_0} = 0,11$  mm gemäß Bokalrud & Karlsen (1981) angesetzt und das Verhältnis von Anfangsrisstiefe und halber Anfangsrisbreite wird mit  $a_0/c_0 = 0,2$  angenommen (vgl. z.B. Straub, 2004).

Für die Beispielrechnung wird eine von Jong (2005) empirisch bestimmte Beziehung zwischen Hot-Spot-Spannungsschwingbreiten und Spannungsschwingspielen als Grundlage für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsdichte der Hot-Spot-Spannungsschwingbreiten  $f_{\Delta S}(\Delta S)$  verwendet (siehe Bild 9.10)



**Bild 9.10:** Empirisch bestimmte Beziehung zwischen Spannungsschwingbreiten und Spannungsschwingspielen für einen Hot Spot nach Jong (2005).

Eine Analyse der empirischen Beziehung zwischen den Spannungsschwingbreiten und Spannungsschwingspielen hat gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte der Hot-Spot-Spannungsschwingbreiten  $f_{\Delta S}(\Delta S)$  durch eine Weibullverteilung angenähert werden kann. Mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode wurde ein Skalierungsfaktor  $k_{\Delta S} = 5,13 \text{ Nmm}^{-2}$  und ein Formfaktor  $\lambda_{\Delta S} = 0,81$  bestimmt. Die geschätzte Weibullverteilung und das zugrundeliegende Frequenzdiagramm sind in Bild 9.11 dargestellt.



**Bild 9.11:** Geschätzte Weibullverteilung der Spannungsschwingbreiten  $\Delta S$  basierend auf dem empirischen Frequenzdiagramm nach Jong (2005).

Um die Unsicherheiten bei der Schätzung der Parameter  $k_{\Delta S}$  und  $\lambda_{\Delta S}$  zu berücksichtigen, werden sie als voneinander unabhängige Zufallsvariablen modelliert. Nach Moan & Song (2000) wird der Skalierungsparameter  $k_{\Delta S}$  als lognormalverteilt und der Formparameter  $\lambda_{\Delta S}$  als normalverteilt modelliert.

Da die Spannungsschwingbreiten  $\Delta S$  als weibullverteilt abgeschätzt wurden, ist es möglich eine analytische Lösung für den Erwartungswert  $E[\Delta S^m]$  anzugeben (vgl. z.B. Straub, 2004):

$$E[\Delta S^m] = k_{\Delta S}^m \Gamma\left(1 + \frac{m}{\lambda_{\Delta S}}\right) \quad (9.14)$$

Hierbei ist  $\Gamma(\cdot)$  die Gammafunktion und  $m$  ist der Exponent des verwendeten Risswachstumsgesetzes (siehe Abschnitt 9.3.1).

Die Parameter  $C$  und  $m$  werden gemäß dem Britischen Standard BS 7910 (2005) modelliert, wobei  $C$  als lognormalverteilte Zufallsvariable modelliert wird und  $m$  als deterministisch und unabhängig von  $C$  behandelt wird.

Es wird eine Zyklenrate  $\nu = 2 \cdot 10^6$  Spannungsschwingspiele pro Jahr angesetzt. Hierbei wird vereinfachend angenommen, dass die untersuchte Brücke der Verkehrskategorie 1 gemäß Eurocode 1 Teil 2 (DIN EN 1991-2, 2010) zugeordnet werden kann und dass eine LKW-Überfahrt einem Spannungsspiel entspricht.

Die Zufallsvariablen  $B_{\Delta S}$  und  $B_{SIF}$  zur Berücksichtigung der Modellunsicherheiten bei der Berechnung der äquivalenten Spannungsschwingbreite bzw. bei der Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren werden gemäß JCSS (2006) als lognormalverteilt modelliert.

Der Grad der Biegung wird mit einem typischen Wert  $DoB = 0,5$  angenommen und die Lebensdauer der Brücke wird mit  $t_{sl} = 50$  Jahre angesetzt. Hierbei ist anzumerken, dass die Lebensdauer von Brücken in der Regel zwischen 80 und 100 Jahren liegt. Für diese Fallstudie wurde eine kürzere Lebensdauer angenommen. Diese Annahme hat jedoch keinen Einfluss auf das Prinzip der vorgestellten Rechnungen.

Tab. 4.2 listet die Modellparameter des Schädigungsmodells für die Fallstudie auf.

| Basisvariable  | Dimension                         | Parameter                           | Verteilung    |
|--|-----------------------------------|-------------------------------------|---------------|
| $\ln(k_{\Delta S})$ : Skalierungsparameter der Weibullverteilten Spannungsschwingbreite $\Delta S$ | entspricht $N/mm^2$               | $\mu = 1,62$<br>$\sigma = 0,198$    | Normal        |
| $\lambda_{\Delta S}$ : Formparameter der Weibullverteilten Spannungsschwingbreite $\Delta S$       | [-]                               | $\mu = 0,81$<br>$\sigma = 0,081$    | Normal        |
| $\nu$ : Zyklenrate   | [Spannungsschwingspiele pro Jahr] | $\nu = 2 \cdot 10^6$                | determin.     |
| $a_c$ : kritische Risstiefe  | [mm]                              | $a_c = 6$                           | determin.     |
| $a_0$ : Anfangsrisstiefe   | [mm]                              | $\mu = 0,11$<br>$\sigma = 0,11$     | Exponentiell. |
| $a_0/c_0$ : Verhältnis Anfangsrisstiefe und -breite  | [-]                               | $a_0/c_0 = 0,2$                     | determin.     |
| $m$ : Risswachstumsparameter   | [-]                               | $m = 3$                             | determin.     |
| $\ln(C)$ : Risswachstumsparameter  | entspricht $N$ und $mm$           | $\mu = -29,146$<br>$\sigma = 0,508$ | Normal        |
| $B_{\Delta S}$ : Modellunsicherheit  | [-]                               | $\mu = 1,0$<br>$\sigma = 0,1$       | LogNormal     |
| $B_{SIF}$ : Modellunsicherheit   | [-]                               | $\mu = 1,0$<br>$\sigma = 0,1$       | LogNormal     |
| $DoB$ : Degree of Bending  | [-]                               | $DoB = 0,5$                         | determin      |
| $t_{sl}$ : Lebensdauer   | [Jahr]                            | $t_{sl} = 50$                       | determin      |

**Tab. 9.4:** Die für die Beispielberechnung angenommenen Parameter des Schädigungsmodells der Ermüdung.

### 9.5.2 Prognose der Schädigungswahrscheinlichkeit

Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens eines bestimmten Hot Spots in dem Zeitraum  $[0, t]$   $\Pr(F_t)$  kann durch Integration der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_X(\mathbf{x})$  der Basisvariablen über den Bereich  $\Omega_F(t)$ , welcher durch die Grenzzustandsgleichung  $g_F(\mathbf{x}, t)$  definiert wird, bestimmt werden (siehe Gleichung (2.23) in Abschnitt 2.5). Das Integral in Gleichung (2.23) kann mit Methoden der Zuverlässigkeitstheorie gelöst werden (siehe Abschnitt 2.5). In der aktuellen Studie wurde  $\Pr(F_t)$  mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation (MCS) mit  $2 \cdot 10^7$  Samples bestimmt und ist in Bild 9.12 dargestellt.

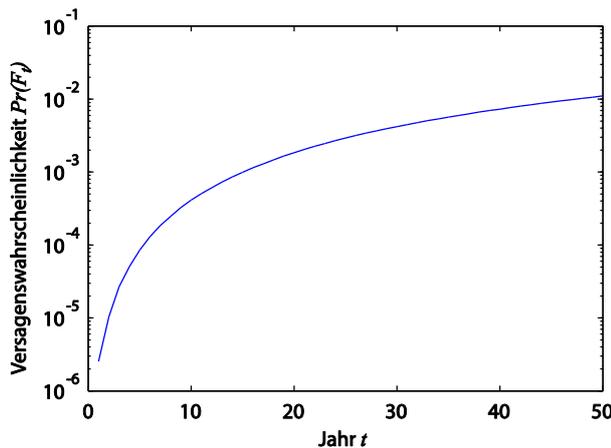


Bild 9.12: A-Priori-Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens des Hot Spots.

### 9.5.3 Aktualisierung mittels des Inspektionsereignisses „Ortung eines Risses durch visuelle Inspektion“

Die Information „Ortung eines Oberflächenrisses durch visuelle Inspektion zum Zeitpunkt  $t$ “ kann genutzt werden, um die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  gemäß Abschnitt 6.2.2 zu aktualisieren. Hierzu wird das Inspektionsereignis „Ortung eines Oberflächenrisses durch visuelle Inspektion zum Zeitpunkt  $t$ “  $IV_t$  durch eine Grenzzustandsgleichung  $g_{IV}(\mathbf{x}, t)$  gemäß Hong (1997) beschrieben:

$$g_{IV}(\mathbf{x}, t) = u - PoD(2c(\mathbf{x}, t)) \quad (9.15)$$

Hierbei ist  $u$  eine Realisation der im Bereich  $[0,1]$  gleichmäßig verteilten Zufallsvariablen  $U$ ,  $PoD(\cdot)$  ist die von der Rissbreite  $2c(\mathbf{x}, t)$  abhängige „Probability of Detection“ der visuellen Inspektion (siehe Abschnitt 9.4.1) und  $\mathbf{x}$  ist eine Realisation der Basisvariablen  $\mathbf{X}$ .

Das Inspektionsereignis  $IV_t$  wird durch einen Bereich  $\Omega_{IV}(t)$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  durch die Grenzzustandsgleichung  $g_{IV}(\mathbf{x}, t)$  definiert:

$$\Omega_{IV}(t) = \{g_{IV}(\mathbf{x}, t) \leq 0\} \quad (9.16)$$

Der Einfluss der Information  $IV_t$  zum Zeitpunkt  $t$  auf die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  kann bestimmt werden, indem die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  bedingt auf das Ereignis  $IV_t$  wie folgt bestimmt wird (siehe Abschnitt 6.2.2):

$$\begin{aligned} \Pr(F_t|IV_t) &= \frac{\Pr(F_t \cap IV_t)}{\Pr(IV_t)} \\ &= \frac{\int_{\Omega_{F(t)} \cap \Omega_{IV}(t)} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_{IV}(t)} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (9.17)$$

Wenn bei einer visuellen Inspektion des Hot Spots nach 18 Jahren ein Oberflächenriss entdeckt wird, ergibt sich die in Bild 9.13 dargestellte aktualisierte Wahrscheinlichkeit.

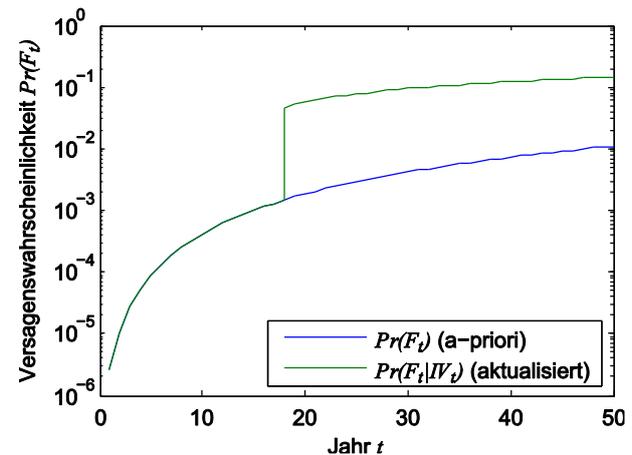


Bild 9.13: Aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens eines Hot Spots, wenn nach 18 Jahren ein Riss durch visuelle Inspektion entdeckt wurde.

In Bild 9.13 ist zu erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens nach Ortung des Oberflächenrisses durch visuelle Inspektion des Hot Spots wesentlich ansteigt. Dies kann damit erklärt werden, dass durch das Bayes'sche Update (d.h. Berechnung der bedingten Ermüdungswahrscheinlichkeit mit Gleichung (9.17)) diejenigen Realisationen des Risswachstums herausgefiltert werden, die durch die visuelle Inspektion nicht entdeckt werden können (nicht sichtbare Risse). Da durch visuelle Inspektionen nur relative große Risse entdeckt werden können (siehe Bild 9.5), steigt die Ermüdungswahrscheinlichkeit dementsprechend an.

### 9.5.4 Aktualisierung mittels des Inspektionsereignisses „keine Ortung eines Risses durch visuelle Inspektion“

Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  kann bedingt auf das Inspektionsereignis „keine Ortung eines Oberflächenrisses durch visuelle Inspektion zum Zeitpunkt  $t$ “  $\overline{IV}_t$  aktualisiert werden. Die Grenzzustandsgleichung, die das Ereignis  $\overline{IV}_t$  definiert ist wie folgt (Hong, 1997):

$$g_{\overline{IV}}(\mathbf{x}, t) = PoD(2c(\mathbf{x}, t)) - u = -g_{IV}(\mathbf{x}, t) \quad (9.18)$$

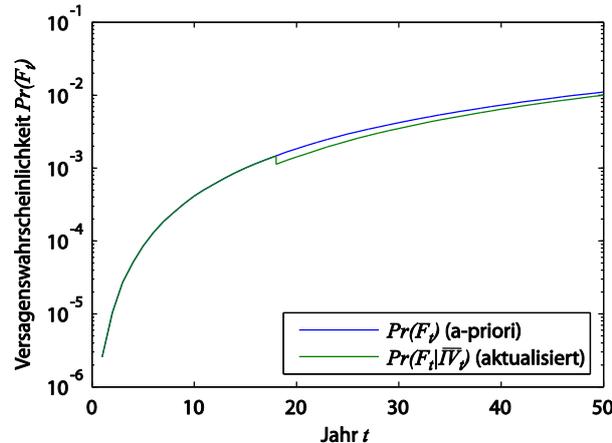
Wobei  $g_{IV}(\mathbf{x}, t)$  in Gleichung (9.16) definiert wird. Der entsprechende Bereich  $\Omega_{\overline{IV}}(t)$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  ist demnach:

$$\Omega_{\overline{IV}}(t) = \{g_{\overline{IV}}(\mathbf{x}, t) \leq 0\} = \{g_{IV}(\mathbf{x}, t) > 0\} \quad (9.19)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  bedingt auf das Ereignis  $\overline{IV}_t$  ergibt sich wie folgt (siehe Abschnitt 6.2.2):

$$\begin{aligned} \Pr(F_t|IV_t) &= \frac{\Pr(F_t \cap \overline{IV}_t)}{\Pr(\overline{IV}_t)} \\ &= \frac{\int_{\Omega_{F(t) \cap \Omega_{\overline{IV}}(t)}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, dx}{\int_{\Omega_{\overline{IV}}(t)} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, dx} \end{aligned} \quad (9.20)$$

Wenn bei einer visuellen Inspektion des Hot Spots nach 18 Jahren kein Oberflächenriss geortet wird, ergibt die Aktualisierung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens des Hot Spots gemäß Gleichung (9.20) die in Bild 9.14 dargestellten Ergebnisse.



**Bild 9.14:** Aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens eines Hot Spots, wenn bei einer visuellen Inspektion nach 18 Jahren kein Riss entdeckt wird.

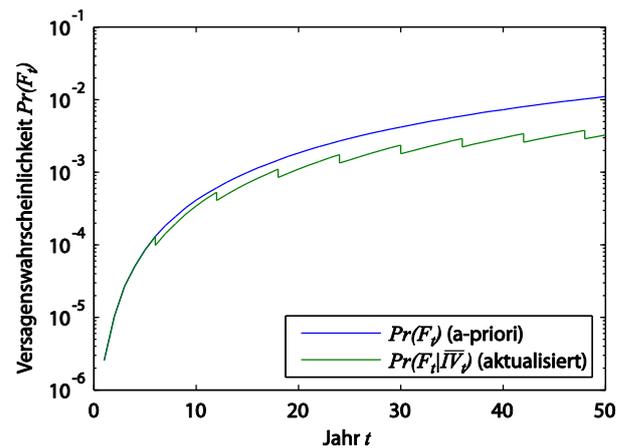
Die Ergebnisse in Bild 9.14 zeigen, dass das Inspektionsergebnis „keine Ortung eines Oberflächenrisses“ keinen großen Informationsgehalt hat, da sich die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens nur geringfügig durch die Aktualisierung ändert. Dies erklärt sich dadurch, dass durch die visuelle Inspektion noch relativ große Risse unentdeckt bleiben (siehe Bild 9.5) und der Bereich der möglichen Realisationen (der Ereignisraum) des Risswachstums durch das Bayes'sche Update (Gleichung (9.20)) nur geringfügig eingeschränkt wird. Dies spiegelt sich in der geringen Änderung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens wider.

Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens für den Fall, dass visuelle Inspektionen zu den Zeitpunkten  $t_1, t_2, \dots, t_n$  durchgeführt werden und jeweils kein Riss geortet wird, kann als eine bedingte Wahrscheinlichkeit gemäß folgender Gleichung (9.21) bestimmt werden:

$$\Pr(F_t | \bigcap_{i=1}^n \overline{IV}_{t_i}) = \frac{\Pr(F_t \cap (\bigcap_{i=1}^n \overline{IV}_{t_i}))}{\Pr(\bigcap_{i=1}^n \overline{IV}_{t_i})} \quad (9.21)$$

Die Anzahl der schon ausgeführten Inspektionen wird mit  $n$  bezeichnet. Die Gleichung (9.21) gilt für alle Zeitpunkte  $t \geq t_n$ .

Unter der Bedingung, dass im Intervall von 6 Jahren eine visuelle Inspektion des Hot Spots durchgeführt wird und jeweils kein Oberflächenriss entdeckt wird, ergibt sich die aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens in Bild 9.15.



**Bild 9.15:** Aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens eines Hot Spots, wenn visuelle Inspektionen im Intervall von 6 Jahren durchgeführt werden und bei keiner der Inspektionen ein Riss geortet wird.

Die Ergebnisse in Bild 9.15 zeigen, dass jedes einzelne Inspektionsergebnis einen geringen Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens des Hot Spots hat. Insgesamt lässt sich trotzdem feststellen, dass die gesammelten Informationen über den Hot Spot eine geringere Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens ergeben als anfänglich berechnet wurde.

### 9.5.5 Aktualisierung mittels des Inspektionsereignisses „Ortung eines Risses durch ACFM-Inspektion“

Der Einfluss der Information „Ortung eines Oberflächenrisses durch ACFM-Inspektion zum Zeitpunkt  $t'$ “ auf die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  kann berechnet werden,

indem die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  bedingt auf das Ereignis  $I_t$  wie folgt bestimmt wird (siehe Abschnitt 6.2.2):

$$\Pr(F_t|I_t) = \frac{\Pr(F_t \cap I_t)}{\Pr(I_t)} = \frac{\int_{\Omega_{F(t) \cap \Omega_I(t)}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_I(t)} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}} \quad (9.22)$$

Das Inspektionsereignis  $I_t$  wird durch einen Bereich  $\Omega_I(t)$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  durch die Grenzzustandsgleichung  $g_I(\mathbf{x}, t)$  definiert:

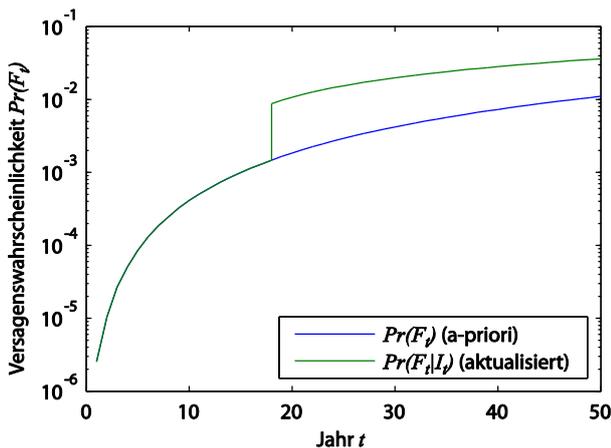
$$\Omega_I(t) = \{g_I(\mathbf{x}, t) \leq 0\} \quad (9.23)$$

Gemäß Hong (1997) ist  $g_I(\mathbf{x}, t)$  definiert als:

$$g_I(\mathbf{x}, t) = u - \text{Pol}(a(\mathbf{x}, t)) \quad (9.24)$$

Hierbei ist  $u$  eine Realisation der im Bereich  $[0,1]$  gleichmäßig verteilten Zufallsvariablen  $U$ ,  $\text{Pol}(\cdot)$  ist die von der Risstiefe  $a(\mathbf{x}, t)$  abhängige „Probability of Indication“ der ACFM-Inspektionsmethode (siehe Abschnitt 9.4.2), und  $\mathbf{x}$  ist eine Realisation der Basisvariablen  $\mathbf{X}$ .

Unter der Bedingung, dass bei einer ACFM-Inspektion des Hot Spots nach 18 Jahren ein Oberflächenriss geortet wird, ergibt sich die in Bild 9.16 gezeigte aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens des Hot Spots.



**Bild 9.16:** Aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens eines Hot Spots, wenn nach 18 Jahren ein Riss mit der ACFM-Inspektionsmethode geortet wird.

Wie im Falle der visuellen Inspektion (siehe Bild 9.13) zeigen die Ergebnisse in Bild 9.16, dass die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens nach Ortung eines Oberflächenrisses durch eine ACFM-Inspektion ansteigt. Im Vergleich zur visuellen Inspektion ist der Anstieg aber geringer. Dies ist da-

rauf zurückzuführen, dass die ACFM-Inspektionsmethode genauer ist als die visuelle Inspektion und wesentlich kleinere Oberflächenrisse geortet werden können. Dadurch wird beim Bayes'schen Update mit dem Inspektionsergebnis „Ortung eines Oberflächenrisses durch ACFM-Inspektion“ (Gleichung (9.22)) der Ereignisraum des Risswachstums weniger eingeschränkt als beim Bayes'schen Update mit dem Inspektionsergebnis „Ortung eines Oberflächenrisses durch visuelle Inspektion“ (Gleichung (9.17)). Dies spiegelt sich durch einen geringeren Anstieg der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens wider.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass in dem speziellen Fall, bei dem ein Ermüdungsrisse mittels ACFM-Inspektion geortet wird und gleichzeitig der Riss mit bloßem Auge gesehen werden kann, die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens bedingt auf beide Inspektionsereignisse berechnet werden muss. Dadurch wird verhindert, dass die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens in diesem Fall unterschätzt wird.

### 9.5.6 Aktualisierung mittels des Inspektionsereignisses „keine Ortung eines Risses durch ACFM-Inspektion“

Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  kann bedingt auf das Inspektionsereignis „keine Ortung eines Oberflächenrisses durch ACFM-Inspektion zum Zeitpunkt  $t$ “  $\bar{I}_t$  bestimmt werden. Die Grenzzustandsgleichung, die das Ereignis  $\bar{I}_t$  definiert ist wie folgt (Hong, 1997):

$$g_{\bar{I}}(\mathbf{x}, t) = \text{Pol}(a(\mathbf{x}, t)) - u = -g_I(\mathbf{x}, t) \quad (9.25)$$

$g_I(\mathbf{x}, t)$  ist in Gleichung (9.24) definiert. Der entsprechende Bereich  $\Omega_{\bar{I}}(t)$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  ist folglich:

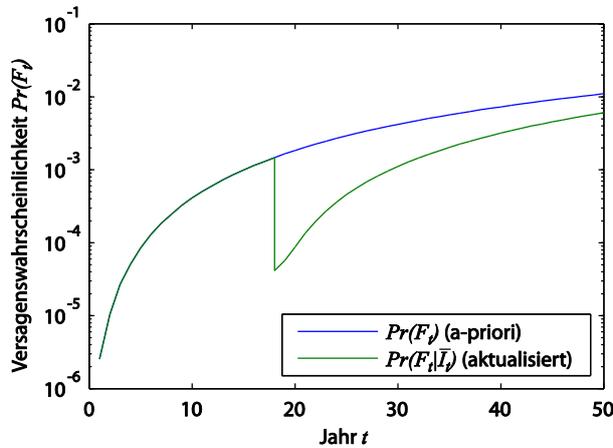
$$\Omega_{\bar{I}}(t) = \{g_{\bar{I}}(\mathbf{x}, t) \leq 0\} = \{g_I(\mathbf{x}, t) > 0\} \quad (9.26)$$

Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  bedingt auf das Ereignis  $\bar{I}_t$  ergibt sich wie folgt (siehe Abschnitt 6.2.2):

$$\Pr(F_t|\bar{I}_t) = \frac{\Pr(F_t \cap \bar{I}_t)}{\Pr(\bar{I}_t)} = \frac{\int_{\Omega_{F(t) \cap \Omega_{\bar{I}}(t)}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_{\bar{I}}(t)} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}} \quad (9.27)$$

Wenn durch eine ACFM-Inspektion des Hot Spots nach 18 Jahren kein Oberflächenriss geortet wird, ergibt sich die in Bild 9.17 gezeigte aktualisierte

Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens des Hot Spots.



**Bild 9.17:** Aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens eines Hot Spots, wenn nach 18 Jahren kein Riss mit der ACFM-Inspektionsmethode geortet wurde.

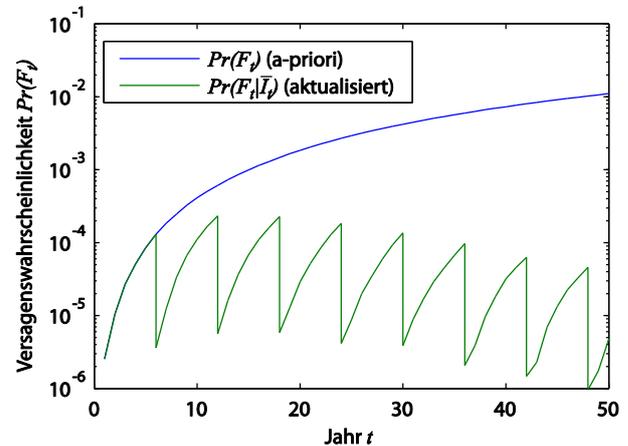
In Bild 9.17 ist zu erkennen, dass das Ergebnis „keine Ortung eines Oberflächenrisses“ der ACFM-Inspektion einen größeren Informationsgehalt hat, als das gleiche Ergebnis einer visuellen Inspektion. Die aktualisierte Wahrscheinlichkeit ist wesentlich kleiner als die prognostizierte Wahrscheinlichkeit. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass die ACFM-Inspektionsmethode deutlich genauer ist als die visuelle Inspektion. Die Information, dass kein Riss vorhanden ist, bedeutet, dass die Realisationen des Risswachstums durch das Bayes'sche Update (Gleichung (9.27)) herausgefiltert werden, die mit der ACFM-Inspektion entdeckt werden können. Die verbleibende Menge der Realisationen des Risswachstums, welche nicht durch die ACFM-Inspektion entdeckt werden können, enthält weniger Elemente, die das Versagenskriterium erfüllen. Dies spiegelt sich in der Verringerung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens wider.

Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens für den Fall, dass ACFM-Inspektionen zu den Zeitpunkten  $t_1, t_2, \dots, t_n$  durchgeführt wird und kein Riss geortet wird, kann als eine bedingte Wahrscheinlichkeit gemäß folgender Gleichung (9.28) bestimmt werden:

$$\Pr(F_t | \bigcap_{i=1}^n \bar{I}_{t_i}) = \frac{\Pr(F_t \cap (\bigcap_{i=1}^n \bar{I}_{t_i}))}{\Pr(\bigcap_{i=1}^n \bar{I}_{t_i})} \quad (9.28)$$

Wobei  $n$  die Anzahl der schon ausgeführten Inspektionen ist. Gleichung (9.28) gilt für alle Zeitpunkte  $t \geq t_n$ .

Wenn ACFM-Inspektionen im Intervall von 6 Jahren durchgeführt werden und bei keiner der Inspektionen ein Riss geortet wird, ergibt sich die in Bild 9.18 dargestellte aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens des Hot Spots.



**Bild 9.18:** Aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens eines Hot Spots, wenn ACFM-Inspektionen im Intervall von 6 Jahren durchgeführt werden und bei keiner der Inspektionen ein Riss geortet wird.

Die Ergebnisse in Bild 9.18 zeigen, dass jedes Inspektionsergebnis „keine Ortung eines Oberflächenrisses“ dazu führt, dass die vorhergesagte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens nach unten korrigiert wird. Dies kann damit erklärt werden, dass mit jedem weiteren Inspektionsergebnis die möglichen Realisationen des Risswachstums immer weiter eingeschränkt werden und nur Kombinationen von Eingabeparametern zugelassen werden, die ein entsprechend langsames Risswachstum zur Folge haben. Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens verringert sich daher mit jedem Inspektionsergebnis.

### 9.5.7 Aktualisierung mittels des Inspektionsereignisses „Ortung und Vermessung eines Risses durch ACFM-Inspektion“

Analog zu den Abschnitten 9.5.3 bis 9.5.6 kann die Information „Ortung und Vermessung eines Oberflächenrisses mit einer Risstiefe  $a = a_m$  durch ACFM-Inspektion zum Zeitpunkt  $t$ “  $I_t \cap M_t$  zur Aktualisierung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens verwendet werden.

Die Messgenauigkeit der ACFM-Inspektionsmethode bei der Vermessung von Oberflächenrissen wird durch einen normalverteilten, additiven Messfehler  $\epsilon_m$  mit Mittelwert Null und Standardabweichung  $\sigma_{\epsilon_m} = 0,5 \text{ mm}$  modelliert (siehe Abschnitt 9.4.2). Die Grenzzustandsgleichung für das Inspektionsereignis „Messung eines Oberflächenrisses mit

einer Risstiefe  $a = a_m$  zum Zeitpunkt  $t$   $M_t$  ist ausgehend von Gleichung (9.11) wie folgt definiert ((Straub, 2011b):

$$g_M(\mathbf{x}, t) = a(\mathbf{x}, t) - a_m + \epsilon_m \quad (9.29)$$

Das Inspektionsereignis  $M_t$  wird durch einen Bereich  $\Omega_M(t)$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  durch die Grenzzustandsgleichung  $g_M(\mathbf{x}, t)$  definiert:

$$\Omega_M(t) = \{g_M(\mathbf{x}, t) = 0\} \quad (9.30)$$

Das gemeinsame Inspektionsereignis „Ortung und Vermessung eines Oberflächenrisses mit einer Risstiefe  $a = a_m$  durch ACFM-Inspektion zum Zeitpunkt  $t$ “  $I_t \cap M_t$  wird durch einen Bereich  $\Omega_I(t) \cap \Omega_M(t)$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  durch die Grenzzustandsgleichungen  $g_I(\mathbf{x}, t)$  und  $g_M(\mathbf{x}, t)$  definiert:

$$\Omega_I(t) \cap \Omega_M(t) = \{g_I(\mathbf{x}, t) \leq 0\} \cap \{g_M(\mathbf{x}, t) = 0\} \quad (9.31)$$

Die Grenzzustandsgleichung  $g_I(\mathbf{x}, t)$  ist durch Gleichung (9.24) gegeben. Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  bedingt auf das Ereignis  $I_t \cap M_t$  ergibt sich wie folgt (siehe Abschnitt 6):

$$\begin{aligned} \Pr(F_t | I_t \cap M_t) &= \frac{\Pr(F_t \cap I_t \cap M_t)}{\Pr(I_t \cap M_t)} \\ &= \frac{\int_{\Omega_{F(t) \cap \Omega_I(t) \cap \Omega_M(t)}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_I(t) \cap \Omega_M(t)} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (9.32)$$

An Gleichung (9.29) kann man erkennen, dass das Inspektionsereignis  $M_t$  vom Typ „Gleichheit“ (engl. equality type) ist. Für diesen Fall ist die Wahrscheinlichkeit des Inspektionsereignis  $M_t$  Null und folglich sind beide Integrale in Gleichung (9.32) ebenfalls Null. Um dieses Problem zu umgehen, wird das Inspektionsereignis  $M_t$  durch ein äquivalentes Inspektionsereignis  $M_{e,t} = \{u \leq cL(\mathbf{x}, t)\}$  vom Typ „Ungleichheit“ (engl. inequality type) gemäß Straub (2011b) ersetzt. Die entsprechende Grenzzustandsgleichung  $g_{M_e}(\mathbf{x}, t)$  lautet:

$$g_{M_e}(\mathbf{x}, t) = u - cL(\mathbf{x}, t) \quad (9.33)$$

Hierbei ist  $u$  eine Realisation der im Bereich  $[0,1]$  gleichmäßig verteilten Zufallsvariablen  $U$  und  $c$  ist eine Konstante, die so gewählt wird, dass für alle  $\mathbf{x}$  gilt:  $0 \leq cL(\mathbf{x}, t) \leq 1$ .  $L(\mathbf{x}, t)$  ist die Likelihood-Funktion, die das Inspektionsereignis  $M_t$  mit Hilfe der

Wahrscheinlichkeitsdichte des Messfehlers  $f_{\epsilon_m}(\epsilon_m)$  beschreibt (Straub, 2011b):

$$L(\mathbf{x}, t) = f_{\epsilon_m}(\epsilon_m) = f_{\epsilon_m}(a_m - a(\mathbf{x}, t)) \quad (9.34)$$

Im betrachteten Fall ist die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_{\epsilon_m}(\epsilon_m)$  eine Normalverteilung (siehe Abschnitt 9.4.2). Darauf aufbauend kann der Bereich  $\Omega_{M_e}(t)$  des äquivalenten Inspektionsereignisses  $M_{e,t}$  im Ereignisraum der Basisvariablen  $\mathbf{X}$  definiert werden:

$$\Omega_{M_e}(t) = \{g_{M_e}(\mathbf{x}, t) \leq 0\} \quad (9.35)$$

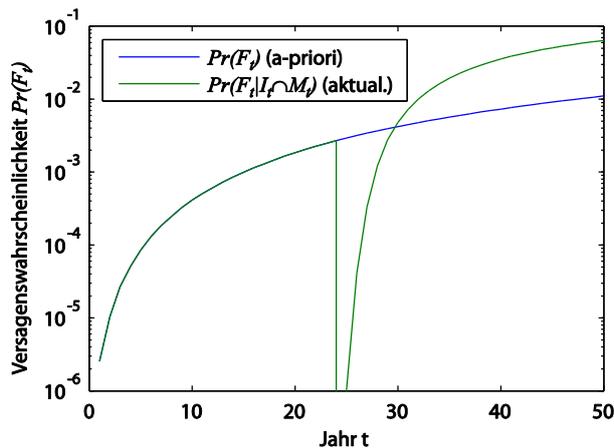
Das gemeinsame Inspektionsereignis „Ortung und Vermessung eines Oberflächenrisses mit einer Risstiefe  $a = a_m$  durch ACFM-Inspektion zum Zeitpunkt  $t$ “  $I_t \cap M_t$  kann durch das Ereignis  $I_t \cap M_{e,t}$  ersetzt werden. Die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $F_t$  bedingt auf das Ereignis  $I_t \cap M_{e,t}$  ergibt folglich

$$\begin{aligned} \Pr(F_t | I_t \cap M_{e,t}) &= \frac{\Pr(F_t \cap I_t \cap M_{e,t})}{\Pr(I_t \cap M_{e,t})} \\ &= \frac{\int_{\Omega_{F(t) \cap \Omega_I(t) \cap \Omega_{M_e}(t)}} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_I(t) \cap \Omega_{M_e}(t)} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (9.36)$$

Beide Integrale in Gleichung (9.36) können mit Methoden der Zuverlässigkeitstheorie bestimmt werden (siehe Abschnitt 2.5).

Wenn durch eine ACFM-Inspektion des Hot Spots nach 24 Jahren ein Oberflächenriss geortet wird und eine Risstiefe  $a = 1$  mm gemessen wird, ergibt sich die in Bild 9.19 gezeigte aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens des Hot Spots.

In Bild 9.19 ist zu erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens nach der Aktualisierung wesentlich kleiner ist als die A-Priori-Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens. Dies kann damit erklärt werden, dass durch die Einschränkung des Ereignisraumes auf den Bereich  $I_t \cap M_{e,t}$  nur eine begrenzte Menge von Realisationen des Risswachstums zulässig ist. Dies bedeutet, dass die a-priori Annahmen verfeinert werden, was mit einer Verkleinerung der Unsicherheiten bei der Prognose des Risswachstums gleichzusetzen ist. Die Verkleinerung der Unsicherheiten bei der Prognose des Risswachstums führt zu einer kleineren Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens nach der Inspektion.



**Bild 9.19:** Aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens eines Hot Spots, wenn durch eine ACFM-Inspektion nach 24 Jahren ein 1mm tiefer Riss geortet und misst.

An dieser Stelle ist anzumerken, dass die Monte-Carlo-Simulation in diesem Fall nicht in der Lage war, die aktualisierte Wahrscheinlichkeit im Jahr der Inspektion und im darauf folgenden Jahr vorherzusagen. Die Simulation ergab für diese Jahre eine aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens von Null.

In Bild 9.19 ist ebenfalls zu erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens nach der Inspektion stark ansteigt und nach ungefähr 30 Jahren größer ist als die A-Priori-Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens. Dies kann damit erklärt werden, dass durch die Einschränkung des Ereignisraumes auf den Bereich  $I_t \cap M_{e,t}$  die Unsicherheiten bei der Prognose des Risswachstums zwar verkleinert wurden, aber die Stärke des Risswachstums nach oben korrigiert wurde.

### 9.5.8 Aktualisierung mittels Überwachungsergebnissen

Ein ermüdungswirksamer Spannungs-Zeit-Verlauf kann durch kontinuierliche Dehnungsmessungen während einer Messkampagne am Hot Spot bestimmt werden. Durch Auswertung des gemessenen Spannungs-Zeit-Verlaufes, kann eine gemessene äquivalente Spannungsschwingbreite  $\Delta S_{e,m}$  bestimmt werden (siehe Abschnitt 9.4.3).

In der Regel ist die Bestimmung der gemessenen äquivalenten Spannungsschwingbreite nicht exakt, sondern mit Unsicherheiten behaftet (siehe Abschnitt 9.4.3). Die Unsicherheiten bei der Bestimmung der gemessenen äquivalenten Spannungsschwingbreite werden vereinfacht durch einen glo-

balen, multiplikativen, lognormalverteilten Messfehler  $\epsilon_m$  mit Mittelwert  $\mu_{\epsilon_m} = 1$  berücksichtigt (siehe Abschnitt 9.4.3).

Mit  $\Delta S'_e$  wird die tatsächliche, äquivalente Spannungsschwingbreite bezeichnet, die auf den Hot Spot einwirkt (siehe Gleichung (9.5)). Die tatsächliche Spannungsschwingbreite wird durch die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  beschrieben. Gemäß Abschnitt 6.2.1 kann die Wahrscheinlichkeitsdichte der tatsächlichen, äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S'_e$  mittels der gemessenen äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S_{e,m}$  aktualisiert werden. Hierzu muss die Likelihood-Funktion  $L(\Delta S'_e | \Delta S_{e,m})$  bestimmt werden.

Gemäß Gleichung (9.13) besteht zwischen der tatsächlichen, äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S'_e$  und der gemessenen äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S_{e,m}$  der Zusammenhang  $\Delta S'_e = \epsilon_m \cdot \Delta S_{e,m}$  (siehe in Abschnitt 9.4.3). Durch Logarithmieren von Gleichung (9.13) ergibt sich:

$$\ln(\Delta S'_e) = \ln(\epsilon_m) + \ln(\Delta S_{e,m}) \quad (9.37)$$

Der Logarithmus des Messfehlers kann somit durch  $\ln(\epsilon_m) = \ln(\Delta S'_e) - \ln(\Delta S_{e,m})$  beschrieben werden. Da der Messfehler  $\epsilon_m$  als lognormalverteilt angenommen wurde, ist der Logarithmus des Messfehlers  $\ln(\epsilon_m)$  normalverteilt.

Die Likelihood-Funktion  $L(\Delta S'_e | \Delta S_{e,m})$  kann gemäß (Straub, 2011b) durch die Wahrscheinlichkeitsdichte des logarithmierten Messfehlers  $f_{\ln \epsilon_m}(\ln \epsilon_m)$  beschrieben werden:

$$\begin{aligned} L(\Delta S'_e | \Delta S_{e,m}) &= f_{\ln \epsilon_m}(\ln(\epsilon_m)) \\ &= f_{\ln \epsilon_m}(\ln(\Delta S'_e) - \ln(\Delta S_{e,m})) \end{aligned} \quad (9.38)$$

Folglich kann bedingt auf das Messergebnis  $\Delta S_{e,m}$  die aktualisierte Wahrscheinlichkeitsdichte der äquivalenten Spannungsschwingbreite  $f''_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  gemäß Abschnitt 6.2.1 bestimmt werden:

$$f''_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e) = c \cdot L(\Delta S'_e | \Delta S_{e,m}) \cdot f_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e) \quad (9.39)$$

Die Proportionalitätskonstante  $c$  wird mit Hilfe von Gleichung (6.5) in Abschnitt 6.2.1 berechnet.

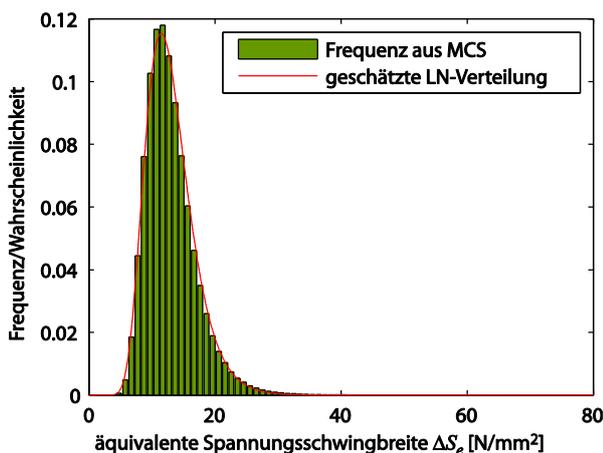
Mit der aktualisierten Wahrscheinlichkeitsdichte kann die aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens  $\Pr(F_t | Z)$  berechnet werden, indem die A-Priori-Verteilung  $f_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  durch die aktualisierte Verteilung  $f''_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  aus Gleichung (9.39)

ersetzt und damit die Berechnung nach Gleichung (2.23) durchgeführt wird (siehe auch Abschnitt 6.2.1).

Im aktuellen Beispiel ergibt sich die äquivalente Spannungsschwingbreite  $\Delta S'_e$  unter Berücksichtigung der Annahme, dass die Spannungsschwingbreiten  $\Delta S$  weibullverteilt sind, wie folgt (siehe Gleichungen (9.4), (9.5) und (9.14)):

$$\Delta S'_e = B_{\Delta S} \cdot k_{\Delta S} \left( \Gamma \left( 1 + \frac{m}{\lambda_{\Delta S}} \right) \right)^{1/m} \quad (9.40)$$

An Gleichung (9.40) ist zu erkennen, dass sich  $\Delta S'_e$  aus einem Produkt von Zufallsvariablen ergibt, von denen zwei lognormalverteilt sind (siehe Abschnitt 9.5.1). Hieraus folgt, dass  $\Delta S'_e$  näherungsweise mit einer Lognormalverteilung abgebildet werden kann (Straub, 2011a), was durch eine Auswertung von Gleichung (9.40) mit einer Monte-Carlo-Simulation bestätigt wurde (siehe Bild 9.20).



**Bild 9.20:** Frequenzdiagramm der Realisationen der äquivalenten Spannungsschwingbreiten  $\Delta S'_e$ , die sich aus der Monte-Carlo-Simulation (MCS) von Gleichung (9.40) ergeben haben und die dazugehörige geschätzte Lognormalverteilung (LN-Verteilung).

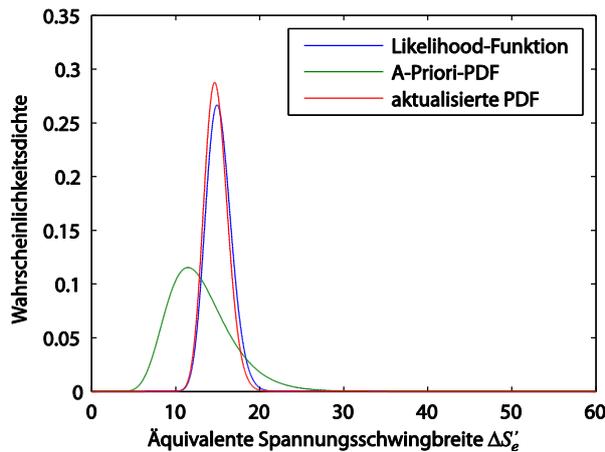
Durch Auswertung der Ergebnisse der Monte-Carlo-Simulation von Gleichung (9.40) mit der Maximum-Likelihood-Methode wurde ein Mittelwert  $\mu_{\Delta S'_e} = 13 \text{ Nmm}^{-2}$  und eine Standardabweichung  $\sigma_{\Delta S'_e} = 3,84 \text{ Nmm}^{-2}$  bestimmt. Dies entspricht einem Variationskoeffizienten von 0,3, was die relativ großen Unsicherheiten, bei der Bestimmung von  $\Delta S'_e$  widerspiegelt.

Im Folgenden wird angenommen, dass die Hot-Spot-Spannungen über einen ausreichend langen Zeitraum (z.B. ein Jahr) gemessen werden<sup>15</sup>, die Auswertung des gemessenen Spannungs-Zeit-Verlaufes eine im Vergleich zum Mittelwert der A-Priori-Spannungsschwingbreite höhere gemessene äquivalente Spannungsschwingbreite  $\Delta S_{e,m} = 15 \text{ Nmm}^{-2}$  ergibt und der Messfehler eine Standardabweichung  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.1$  hat.

An dieser Stelle ist hervorzuheben, dass die für diese Beispielrechnung gewählten Werte abgeschätzte Werte sind. Die eigentlichen Werte der gemessenen Spannungsschwingbreite müsste durch eine tatsächliche Messung bestimmt werden und eine Bestimmung des tatsächlichen Messfehlers sollte nach den in Abschnitt 5.3 vorgestellten Methoden erfolgen. Die Annahmen, die dieser Beispielrechnung zugrunde liegen, haben jedoch keinen Einfluss auf das Prinzip der Rechnung.

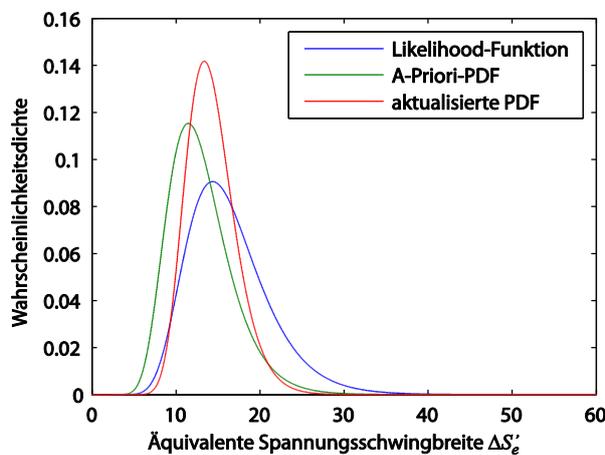
Auf Grundlage der getroffenen Annahmen ergibt sich gemäß Gleichung (9.39) eine aktualisierte, lognormalverteilte äquivalente Spannungsschwingbreite mit Mittelwert  $\mu_{\Delta S'_e} = 14,83 \text{ Nmm}^{-2}$  und Standardabweichung  $\sigma_{\Delta S'_e} = 1,40 \text{ Nmm}^{-2}$ . Die Likelihood-Funktion  $L(\Delta S'_e | \Delta S_{e,m})$ , die A-Priori-Wahrscheinlichkeitsdichte der äquivalenten Spannungsschwingbreite  $f_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  (A-Priori-PDF) und die aktualisierte Wahrscheinlichkeitsdichte der äquivalenten Spannungsschwingbreite  $f''_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  (aktualisierte PDF) sind in Bild 9.21 dargestellt.

<sup>15</sup> Es ist anzumerken, dass das vorgestellte Modell zur Berücksichtigung der Unsicherheiten bei der Messung der ermüdungswirksamen Einwirkungen die Dauer der Messung nicht berücksichtigen kann.



**Bild 9.21:** Die Likelihood-Funktion  $L(\Delta S'_e | \Delta S_{e,m})$ , die A-Priori-Wahrscheinlichkeitsdichte (A-Priori-PDF)  $f_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  und die aktualisierte Wahrscheinlichkeitsdichte  $f''_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  für den Fall dass  $\Delta S_{e,m} = 15 \text{ Nmm}^{-2}$  gemessen wurde und  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.1$  ist.

Es ist zu erkennen, dass sich der Mittelwert der äquivalenten Spannungsschwingbreite vergrößert und die Streuung verkleinert. Für den Fall, dass die Ungenauigkeit der Messung größer ist, was durch eine größere Standardabweichung  $\sigma_{\epsilon_m}$  ausgedrückt wird, ist der Einfluss des Messergebnisses weniger dominant. Dies ist in Bild 9.22 für den Fall  $\Delta S_{e,m} = 15 \text{ Nmm}^{-2}$  und  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  dargestellt.

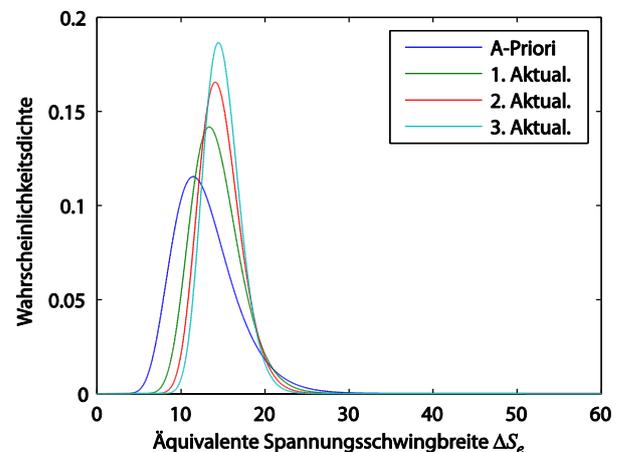


**Bild 9.22:** Die Likelihood-Funktion  $L(\Delta S'_e | \Delta S_{e,m})$ , die A-Priori-Wahrscheinlichkeitsdichte (A-Priori-PDF)  $f_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  und die aktualisierte Wahrscheinlichkeitsdichte  $f''_{\Delta S'_e}(\Delta S'_e)$  für den Fall dass  $\Delta S_{e,m} = 15 \text{ Nmm}^{-2}$  gemessen wurde und  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  ist.

In diesem Fall ergibt sich für die aktualisierte äquivalente Spannungsschwingbreite ein Mittelwert  $\mu_{\Delta S'_e} = 14,24 \text{ Nmm}^{-2}$  und eine Standardabweichung  $\sigma_{\Delta S'_e} = 2,97 \text{ Nmm}^{-2}$ .

Werden weitere aufeinander folgende Messkampagnen durchgeführt, kann mit jedem neu gewon-

nen Messergebnis  $\Delta S_{e,m}$  die Wahrscheinlichkeitsdichte der äquivalenten Spannungsschwingbreite jeweils gemäß Gleichung (9.39) aktualisiert werden. In Bild 9.23 wird gezeigt, wie sich die Wahrscheinlichkeitsdichte der äquivalenten Spannungsschwingbreite nach 3 Messungen von jeweils  $\Delta S_{e,m} = 15 \text{ Nmm}^{-2}$  verändert. Die Standardabweichung des Messfehlers wurde mit  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  in Anlehnung an den Variationskoeffizienten der A-Priori-Spannungsschwingbreite angenommen. Eine exakte Bestimmung des Messfehlers kann wie in Abschnitt 5.3 beschrieben bzw. nach den Methoden in Abschnitt 5.3 erfolgen.



**Bild 9.23:** Aktualisierung der Wahrscheinlichkeitsdichte der äquivalenten Spannungsschwingbreite mit den Ergebnissen von drei Messungen, die jeweils  $\Delta S_{e,m} = 15 \text{ Nmm}^{-2}$  ergaben. Die Standardabweichung des Messfehlers wurde mit  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  angenommen.

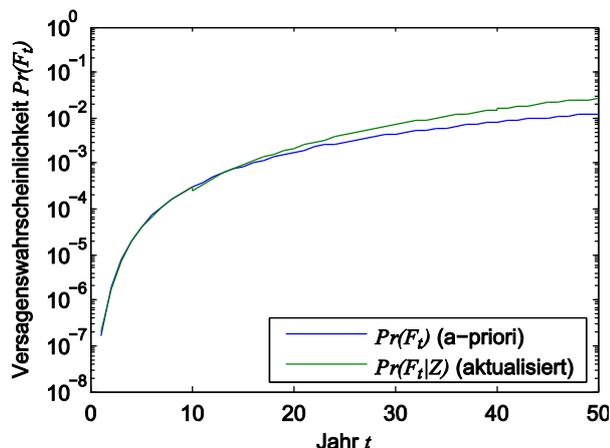
Aus Bild 9.23 geht hervor, dass mit jedem weiteren Messergebnis die Unsicherheit bezüglich der äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S'_e$  verringert wird. Dies spiegelt sich in einer Annäherung der Mittelwerte an das Messergebnis von  $\Delta S_{e,m} = 15 \text{ Nmm}^{-2}$  und eine Verkleinerung der Standardabweichungen der aktualisierten Wahrscheinlichkeitsdichten der äquivalenten Spannungsschwingbreite wider (siehe Tab. 8.4).

| Messung | Mittelwert $\mu_{\Delta S'_e}$ | Std.Abw. $\sigma_{\Delta S'_e}$ |
|---------|--------------------------------|---------------------------------|
| 1       | 14,24                          | 2,97                            |
| 2       | 14,7                           | 2,50                            |
| 3       | 14,93                          | 2,20                            |

**Tab. 9.5:** Mittelwerte  $\mu_{\Delta S'_e}$  und Standardabweichungen  $\sigma_{\Delta S'_e}$  der aktualisierten Wahrscheinlichkeitsdichten der äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S'_e$ .

Um den Einfluss von Überwachungsergebnissen auf die Zuverlässigkeitsprognose eines Hot Spots

zu untersuchen, wurden drei verschiedene Szenarien betrachtet. Im ersten Fall wurde angenommen, dass jeweils im Abstand von 10 Jahren eine einjährige Messung der Hot-Spot-Spannungen durchgeführt wird. Dabei wurde die erste Messkampagne im zehnten Jahr angesetzt. Es wurde außerdem angenommen, dass jede der Messkampagnen einen Messwert  $\Delta S_{e,m} = 20 \text{ Nmm}^{-2}$  ergibt, welcher wesentlich größer ist, als die A-Priori-Spannungsschwingbreite. Die Standardabweichung des Messfehlers wurde wiederum mit  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  angenommen. Die Ergebnisse sind in Bild 9.24 dargestellt.

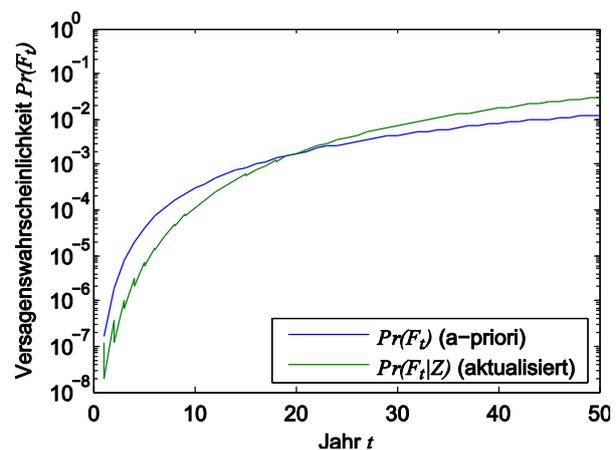


**Bild 9.24:** Aktualisierung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens bedingt auf die Ergebnisse aus Messungen von einjährigen Spannungs-Zeit-Verläufen, die im Intervall von 10 Jahren durchgeführt wurden. Die erste Messung wurde im zehnten Jahr durchgeführt. Die Messungen ergaben jeweils  $\Delta S_{e,m} = 20 \text{ Nmm}^{-2}$ . Die Standardabweichung des Messfehlers wurde mit  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  angenommen.

In Bild 9.24 kann man erkennen, dass nach der ersten Messkampagne die aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens geringfügig kleiner ist als die A-Priori-Wahrscheinlichkeit. Die geringere Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens wird durch die geringeren Unsicherheiten infolge der Bayes'schen Aktualisierung der äquivalenten Spannungsschwingbreite (vgl. Bild 9.22) verursacht. Mit zunehmender Zeit wird die aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens gegenüber der A-Priori-Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens, infolge des größeren Mittelwertes der gemessenen äquivalenten Spannungsschwingbreite, größer, wie in Bild 9.24 zu erkennen ist.

Es ist weiterhin zu erkennen, dass jede weitere Aktualisierung der äquivalenten Spannungsschwingbreiten keinen signifikanten Einfluss auf die Prognose der aktualisierten Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens hat, obwohl sich die Unsicher-

heit bezüglich der äquivalenten Spannungsschwingbreite weiter verringert. Dies kann damit erklärt werden, dass die Streuung der anderen Eingangsparameter zur Vorhersage des Risswachstums weiterhin einen wesentlichen Einfluss auf die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens hat. Im zweiten Fall wurde angenommen, dass die Hot-Spot-Spannungen kontinuierlich über die Lebensdauer des Bauwerks gemessen werden. Die Messergebnisse wurden am Ende jedes Jahres ausgewertet. Es wurde außerdem angenommen, dass jede Auswertung einen Messwert der äquivalenten Spannungsschwingbreite von  $\Delta S_{e,m} = 20 \text{ Nmm}^{-2}$  ergibt. Die Standardabweichung des Messfehlers wurde mit  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  angenommen.

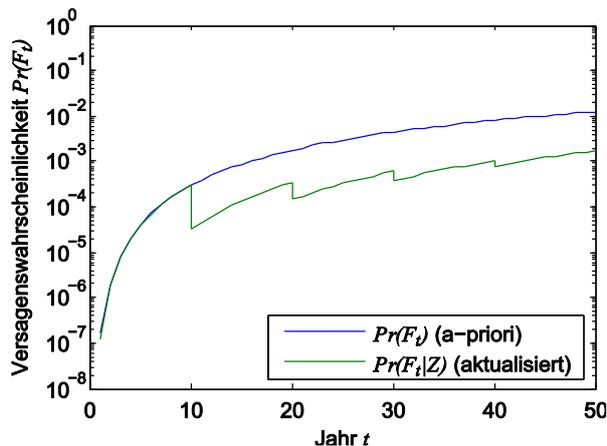


**Bild 9.25:** Aktualisierung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens bedingt auf die Ergebnisse aus kontinuierlichen Messungen über die Lebensdauer des Bauwerkes. Die Messungen wurden jedes Jahr ausgewertet und ergaben jeweils  $\Delta S_{e,m} = 20 \text{ Nmm}^{-2}$ . Die Standardabweichung des Messfehlers wurde mit  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  angenommen.

Die Ergebnisse in Bild 9.25 zeigen, dass sich durch die kontinuierliche Überwachung der ermüdungswirksamen Spannungs-Zeit-Verläufe in der ersten Hälfte der Lebensdauer des Hot-Spots geringere Wahrscheinlichkeiten des Ermüdungsversagens ergeben, obwohl der Mittelwert der äquivalenten A-Priori-Spannungsschwingbreite kleiner ist, als die gemessene äquivalente Spannungsschwingbreite. Dies ist wiederum auf die Verkleinerung der Unsicherheiten durch die Aktualisierung gemäß Gleichung (9.39) zurückzuführen. Erst nach ungefähr 20 Jahren ergibt sich eine größere Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens im Vergleich zur A-Priori-Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens.

Im dritten Fall wurde nochmals angenommen, dass jeweils im Abstand von 10 Jahren eine einjährige

Messung der Hot-Spot-Spannungen durchgeführt wird. Die erste Messkampagne wurde wieder im zehnten Jahr angesetzt. In diesem Fall wurden aber angenommen, dass jede der Messkampagnen den Messwert  $\Delta S_{e,m} = 13 \text{ Nmm}^{-2}$  ergibt, welcher dem A-Priori-Erwartungswert der äquivalenten Spannungsschwingbreite entspricht. Die Standardabweichung des Messfehlers wurde nochmals mit  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  angenommen. Die Ergebnisse sind in Bild 9.26 dargestellt.



**Bild 9.26:** Aktualisierung der Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens bedingt auf die Ergebnisse aus Messungen von einjährigen Spannungs-Zeit-Verläufen, die im Intervall von 10 Jahren durchgeführt wurden. Die erste Messung wurde im zehnten Jahr durchgeführt. Die Messungen ergaben jeweils  $\Delta S_{e,m} = 13 \text{ Nmm}^{-2}$ . Die Standardabweichung des Messfehlers wurde mit  $\sigma_{\epsilon_m} = 0.3$  angenommen.

Bild 9.26 zeigt, dass nach jeder Messkampagne die aktualisierte Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens abnimmt, wobei sich der Effekt mit zunehmender Anzahl der Aktualisierungen verringert. Die Abnahme der aktualisierten Wahrscheinlichkeit des Ermüdungsversagens ist mit der Verringerung der Unsicherheiten bei der äquivalenten Spannungsschwingbreite zu erklären. Mit jeder Aktualisierung nimmt der Grad der Verringerung der Unsicherheiten ab (d.h. die Verkleinerung der Standardabweichung, wie auch in Bild 9.23 zu erkennen ist), wodurch der Effekt der Aktualisierung sich abschwächt.

An dieser Stelle wird betont, dass die Ergebnisse der Beispielrechnungen nicht allgemeingültig sind. Eine Änderung der Modellparameter des Schädigungsmodells als auch eine Änderung der Messwerte und des Messfehlers können andere Ergebnisse ergeben.

## 9.6 Berechnung und Adaption der Systemzuverlässigkeit

### 9.6.1 Systemzuverlässigkeit im Grenzzustand Ermüdung

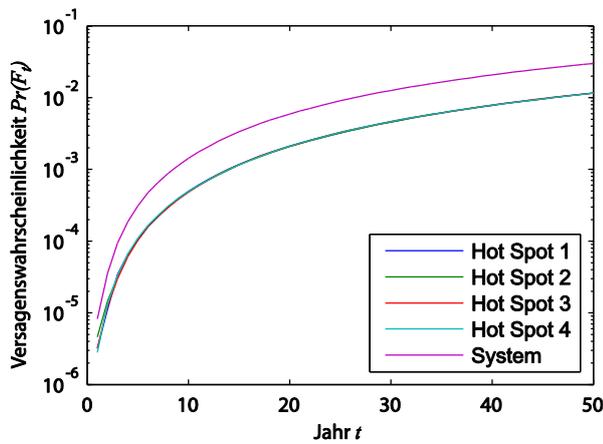
Für eine ermüdungsbeanspruchte Brücke tritt der Grenzzustand der Ermüdung ein, wenn mindestens ein Hot Spot des Brückenbauwerkes durch Ermüdung versagt. Gemäß Abschnitt 3.6.2 kann die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens ein Hot Spot der Brücke versagt (d.h. die Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens), berechnet werden, indem ein logisches Seriensystem von Hot-Spot-Versagensereignissen  $F_{t,i}$  unter Berücksichtigung der statistischen Abhängigkeiten der Hot Spots betrachtet wird. Wenn  $n$  Hot Spots betrachtet werden, hat das Seriensystem  $n$  Elemente.

Im Folgenden wird beispielhaft ein System von vier Hot Spots  $i$  mit  $i = 1, \dots, 4$  betrachtet. Jeder der betrachteten Hot Spots  $i$  hat die gleiche Ermüdungszuverlässigkeit. Für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens werden folgende Annahmen gemäß Moan & Song (2000) getroffen:

- **Modellunsicherheiten:** Die Modellunsicherheiten bei der Bestimmung der äquivalenten Spannungsschwingbreite und bei der Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren, welche durch die Zufallsvariablen  $B_{\Delta S}$  und  $B_{SIF}$  berücksichtigt werden, sind vollständig korreliert.
- **Anfangsrisssgröße:** Die Anfangsrisssgröße ist von Hot Spot zu Hot Spot unabhängig.
- **Materialeigenschaften:** Die Risswachstumsparameter  $C_i$ , die für die jeweiligen Hot Spots  $i$  angesetzt werden, sind voneinander abhängig. Dadurch wird die statistische Abhängigkeit der Materialeigenschaften berücksichtigt. Es wird ein Korrelationskoeffizient  $\rho_{\ln C_i, \ln C_j} = 0,8$  mit  $i = 1, \dots, 4, j = 1, \dots, 4, i \neq j$  abgeschätzt.
- **Ermüdungswirksame Lasten:** Die Spannungsschwingbreiten, die auf die jeweiligen Hot Spots  $i$  einwirken, werden als abhängig voneinander modelliert. Diese Abhängigkeit entsteht durch die auf die Brücke einwirkenden Lasten und den Lastabtrag im Tragsystem. Hierzu werden die Skalierungsfaktoren  $k_{\Delta S_i}$  der als weibullverteilt modellierten Spannungsschwingbreiten  $\Delta S_i$  als voneinander abhängig modelliert. Es wird ein Korrelationskoeffizient  $\rho_{k_{\Delta S_i}, k_{\Delta S_j}} = 0,8$  mit  $i =$

$1, \dots, 4, j = 1, \dots, 4, i \neq j$  abgeschätzt. Die Formfaktoren  $\lambda_{\Delta S_i}$  werden als vollständig korreliert modelliert. Für jeden Hot Spot wird die gleiche Zyklenzahl  $v_i$  angesetzt.

Die Modellparameter, die der Berechnung zugrunde gelegt werden, sind in Tab. 4.2 aufgelistet. Unter Berücksichtigung der Annahmen bezüglich der Abhängigkeiten zwischen den Hot Spots ergibt sich die in Bild 9.27 dargestellte Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens  $\Pr(F_s)$  gemäß Abschnitt 3.6.



**Bild 9.27:** Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens berechnet auf Grundlage eines logischen Seriensystems von vier Hot-Spot-Versagensereignissen.

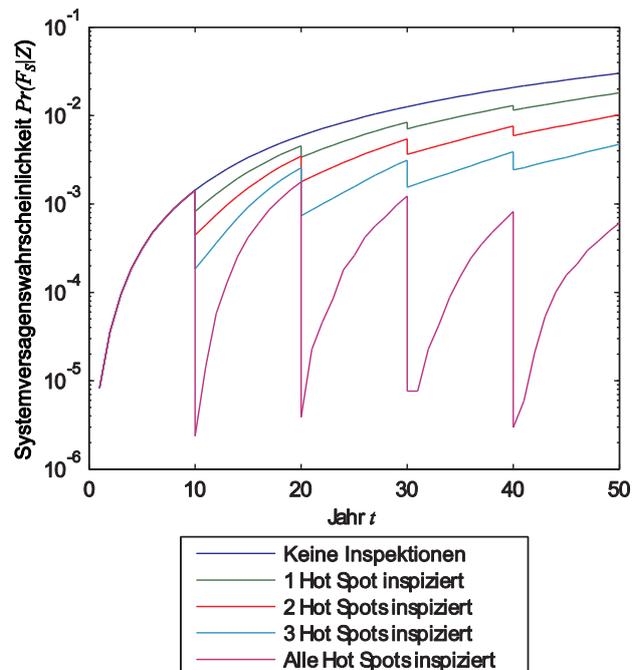
Die Ergebnisse in Bild 9.27 bestätigen, dass die Ermüdungszuverlässigkeit der einzelnen Hot Spots gleich ist. Es ist ebenfalls zu erkennen, dass die Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens  $\Pr(F_s)$  größer ist als die Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Elemente (d.h. Hot Spots) des Seriensystems  $\Pr(F_i)$ . Da die Eingabeparameter der einzelnen Hot Spots teilweise voneinander abhängig sind, sind auch die Versagensereignisse der einzelnen Hot Spots teilweise voneinander abhängig. Aus diesem Grund ist die Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens kleiner als die Summe der Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Hot Spots (vgl. auch Abschnitt 3.3).

Im Folgenden wird untersucht, welchen Einfluss indirekte Inspektionsergebnisse auf die Zuverlässigkeit nicht inspizierter Hot Spots haben. Durch die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Hot Spots ist es möglich durch Informationen, die über einzelne Hot Spots gesammelt werden, indirekt auf den Zustand anderer Hot Spots zu schließen. Als Inspektionsverfahren wird beispielhaft die ACFM-

Methode zur Ortung und Vermessung von Oberflächenrissen betrachtet (siehe Abschnitt 9.4.2). Es werden fünf Fälle untersucht:

- kein Hot Spot wird inspiziert
- ein Hot Spot wird inspiziert
- zwei Hot Spots werden inspiziert
- drei Hot Spots werden inspiziert
- alle Hot Spots werden inspiziert

Inspektionen werden alle 10 Jahre ausgeführt. Es wird angenommen, dass bei keiner der Inspektionen ein Riss geortet wird (siehe auch Abschnitt 9.5.6). Die auf die Inspektionsergebnisse  $Z$  bedingte Wahrscheinlichkeit der Systemermüdungsversagens  $\Pr(F_s|Z)$  wird gemäß Abschnitt 6 und 7 bestimmt. Die Ergebnisse sind in Bild 9.28 dargestellt.



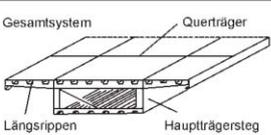
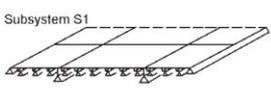
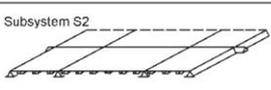
**Bild 9.28:** Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens berechnet auf Grundlage eines logischen Seriensystems von vier Hot-Spot-Versagensereignissen. Unterschiedliche Anzahl von inspizierten Hot Spots.

In Bild 9.28 ist zu erkennen, dass schon die Inspektion eines Hot Spots einen Einfluss auf die Zuverlässigkeit der nicht inspizierten Hot Spots hat, was durch eine Verkleinerung Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens nach jeder Inspektion bestätigt wird. Die Ergebnisse in Bild 9.28 zeigen ebenfalls, dass mit steigender Anzahl der inspizierten Hot Spots der Informationsgehalt der Inspektionen steigt und somit sich der Einfluss der Inspektionen auf die Wahrscheinlichkeit des Systemermüdungsversagens erhöht.

### 9.6.2 Systemzuverlässigkeit im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Die Systemzuverlässigkeit wird im Grenzzustand der Tragfähigkeit für das Gesamtsystem Brückenoberbau berechnet. Dabei wird ein typisches Beispiel einer dreifeldrigen, durchlaufenden Stahlbrücke mit einer orthotropen Platte angenommen (siehe Bild 9.28 und Bild 9.31). Als Schädigungsmechanismus wird von Ermüdung in den Längsrippen der orthotropen Platte und dem dadurch bedingten Ausfall von Teilen der Längsrippen ausgegangen.

Die Modellierung und die Berechnung der Systemzuverlässigkeit und deren Adaption werden in den folgenden Abschnitten beschrieben und durchgeführt. Betrachtet wird die Systemzuverlässigkeit des intakten Systems, des geschädigten Systems und des geschädigten Systems unter Berücksichtigung von Inspektionsinformationen sowie von Überwachungsinformationen.

| System  | Berechnung   |
|---|--|
|  <p>Gesamtsystem</p>  | <p>Aufteilung des Gesamtsystems in Subsysteme mit anschließender Superposition der Berechnungsergebnisse für jedes Subsystem.</p>  |
|  <p>Subsystem S1</p> | <p>'Isotrope Platte' - Deckblech mit starrer Stützung durch Längsrippen, Quer-, Längs- und Hauptträger, der Belag wird nur bei der Lastausbreitung der Radlasten und nicht als Element des Verbundkörpers Deckblech-Belag berücksichtigt</p> |
|  <p>Subsystem S2</p> | <p>'Orthotrope Platte' - Deckblech und Längsrippen mit starrer Stützung durch die Querträger, Berechnung nach Pelikan oder Giencke, die Biegesteifigkeit in Querrichtung ist nur durch das Deckblech gegeben</p>                             |
|  <p>Subsystem S3</p> | <p>'Trägerrost' - Rost aus Längsrippen, Querträgern und evt. vorhandenen zusätzlichen Längsträgern, auf den Hauptträgern starr gestützt, Berechnung als Stabwerksmodell</p>  |
|  <p>Subsystem S4</p> | <p>'Hauptträger' diskretisiert durch mitwirkende Breiten mit Elementen der orthotropen Platte als Obergurt</p>   |

**Bild 9.29:** Aufteilung des Gesamtsystems Brücke mit orthotroper Platte nach (BASt, 2011).

Wie in Abschnitt 9.3, auf Grundlage von (BASt, 2005) und (BASt, 2011) ausgeführt, können Risse im Anschlussbereich zwischen den Stegen der Längsrippen und Querträger bei fast allen Bauarten von orthotropen Platten entstehen. Diese Risse führen im Grenzzustand der Tragfähigkeit für das Subsystem S4 „Hauptträger“ (Bild 9.29) zu einer Querschnittsschwächung durch ein angenommenes Versagen der Stege der Längsrippen, welche eine höhere Versagenswahrscheinlichkeit zur Folge hat. Es wird vereinfacht und konservativ angenommen,

dass ein Ausfall des Steges der Längsrippe vorliegt, wenn die Risttiefe die Materialdicke erreicht (vgl. Grenzzustandsgleichung (9.7)).

Die Systemversagenswahrscheinlichkeit kann im Intervall  $[0, t]$  mit Gleichung (9.41) durch binäre Schädigungszustände approximiert werden (siehe Abschnitt 7.1.1). Dabei wird mit  $F_S(t)$  das Versagen des Systems Brücke bezeichnet. Der Schadenszustand der Brücke wird durch den Zufallsprozess  $\Psi(t)$ , welcher die  $n$  Tragwerkselemente  $E_i$  enthält, beschrieben. Mit  $\psi_1$  wird der ungeschädigte Zustand des Systems bezeichnet.  $\psi_2$  beschreibt den geschädigten Zustand, so dass jeweils das Element  $i$  von insgesamt  $n$  Tragwerkselementen geschädigt und alle anderen Elemente ungeschädigt sind.

$$\Pr(F_S(t)) = \Pr(F_S(t)|\Psi(t) = \psi_1) + \sum_{i=1}^n \{ \Pr(E_i(t) = F_i(t)) \cdot \Pr(F_S(t)|\Psi(t) = \psi_2) \} \quad (9.41)$$

Entsprechend der Definition der Systemzuverlässigkeit in Abschnitt 3.6 wird auf der Strukturebene (Borrmann *et al.*, 2012) ein Seriensystem von Querschnitten angenommen (Bild 9.30). Es wird angenommen, dass aus der Bemessung eine Einhüllende der Beanspruchung mit Stützmomenten über den Stützen (2) und (3) vorliegt. Die Stützmomente führen zu einer Zugbeanspruchung der orthotropen Platte und können somit zu einem Querschnittsversagen führen.



**Bild 9.30:** System Brücke.

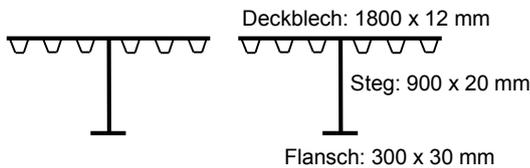
Durch Anwendung von Gleichung (9.41) wird die Wahrscheinlichkeit des Versagens des Systems Brücke  $\Pr(F_S(t)) = \Pr(F_{QS1} \cup F_{QS2})$  durch Versagen der geschädigten Querschnitte ( $F_{QS1}$  und  $F_{QS2}$ ) infolge Versagen eines Steges der Längsrippen ( $E_i(t) = F_{SLRi}(t)$ ) berechnet. Die Zustände des Schadenszustandes werden mit den Gleichungen (9.42) und (9.43), wobei  $F_{SLRi}(t)$  das Versagen der Längsrippe  $i$  bezeichnet, beschrieben:

$$\psi_1 = \bar{F}_{SLR1} \cap \dots \cap \bar{F}_{SLRn} \quad (9.42)$$

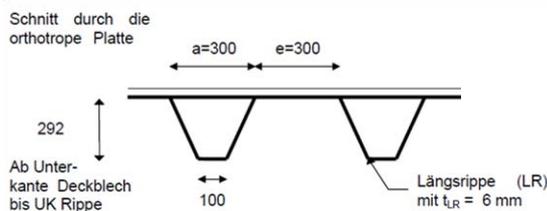
$$\psi_2 = \bar{F}_{SLR1}(t) \cap \dots \cap \bar{F}_{SLRi-1}(t) \cap F_{SLRi}(t) \cap \bar{F}_{SLRi+1}(t) \cap \dots \cap \bar{F}_{SLRn}(t) \quad (9.43)$$

Die angenommene Geometrie des Querschnitts einschließlich der Dimensionen der Hauptträger unter Berücksichtigung der mitwirkenden Breiten und der orthotropen Platte sind in Bild 9.31 dargestellt.

Hauptträger und mitwirkenden Breiten



Orthotrope Platte



**Bild 9.31:** Geometrie der Querschnitte über der Stütze (2) und (3).

Das Versagen einer Längsrippe  $F_{LRi}(t)$  kann pro Querschnitt 24-mal auftreten. Da zwei Querschnitte (jeweils über den Stützen) betrachtet werden, kann im System ein Versagen einer Längsrippe  $n = 48$ -mal auftreten.

Die Grenzzustandsfunktion für das Versagen des Querschnitts  $g_{QS}$  wird mit Gleichung (9.44) beschrieben:

$$g_{QS} = f_y - \frac{M}{W} \tag{9.44}$$

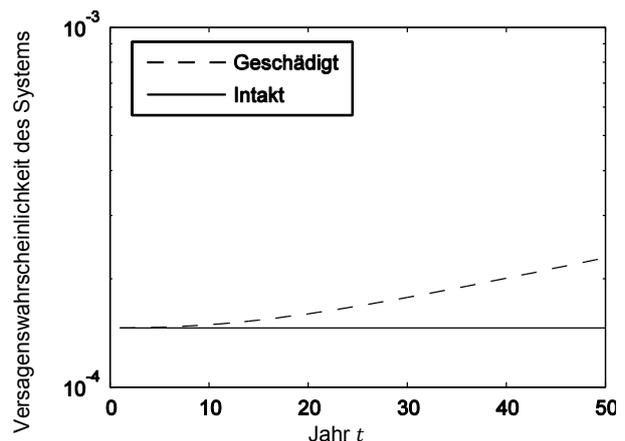
Dabei wird mit  $f_y$  die Streckgrenze für S355, mit  $M$  das Stützmoment und mit  $W$  das Widerstandsmoment im ungeschädigten Zustand bezeichnet. Die Streckgrenze  $f_y$  wurde entsprechend das Ansatzes im Probabilistic Model Code (JCSS, 2006) als ein lognormal verteilte Zufallsvariable modelliert (Tab. 9.6). Die Beanspruchung wurde durch eine Weibullverteilung modelliert. Das Widerstandsmoment wird als deterministisch angenommen.

| Basisvariable                  | Dimension            | Parameter   | Verteilung |
|--------------------------------|----------------------|---|------------|
| Streckgrenze $f_y$             | [N/mm <sup>2</sup> ] | $\mu = 386,9$<br>$\sigma = 27,1$                        | LogNormal  |
| Beanspruchung durch Moment $M$ | [kNm]                | $\mu = 5,35 \times 10^6$<br>$\sigma = 2,79 \times 10^6$ | Weibull    |
| Widerstandsmoment $W$          | m <sup>3</sup>       | $3,77 \times 10^{-2}$                                   | determin.  |

**Tab. 9.6:** Modellparameter für die Grenzzustandsgleichung des Systems.

Die Streckgrenze  $f_y$  wird als korreliert für die beiden Querschnitte angenommen. Das Moment infolge einer angenommenen Verkehrsbelastung wird als nicht korreliert angenommen, da es nicht gleichzeitig über den beiden Stützen auftritt.

Die Versagenswahrscheinlichkeiten des Systems  $\Pr[F_S(t)]$  im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind in Bild 9.32 dargestellt.

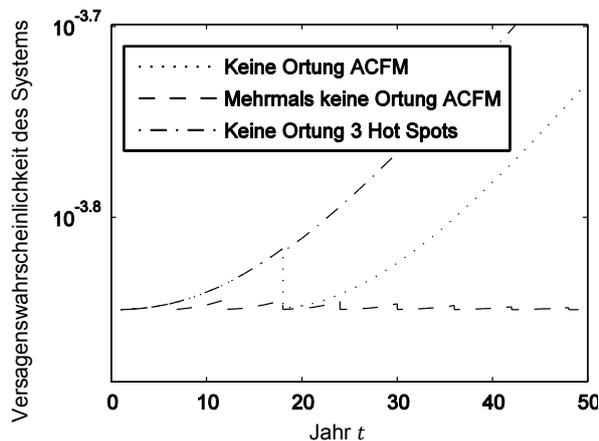


**Bild 9.32:** Versagenswahrscheinlichkeiten des geschädigten und intakten Systems im Intervall  $[0, t]$ .

Die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems im intakten Zustand beträgt  $1,51 \times 10^{-4}$  (Grenzzustandsgleichung (9.44) für einen Querschnitt und das Systemmodell). Die Versagenswahrscheinlichkeit im geschädigten Zustand bezieht sich auf das Zeitintervall  $[0, t]$  und nimmt mit der Zeit zu (Bild 9.32). Die Zunahme der Versagenswahrscheinlichkeit des Systems wird verursacht durch die mit der Zeit zunehmende Versagenswahrscheinlichkeit einer Längsrippe  $\Pr[E_i(t) = F_{SLRi}(t)]$ .

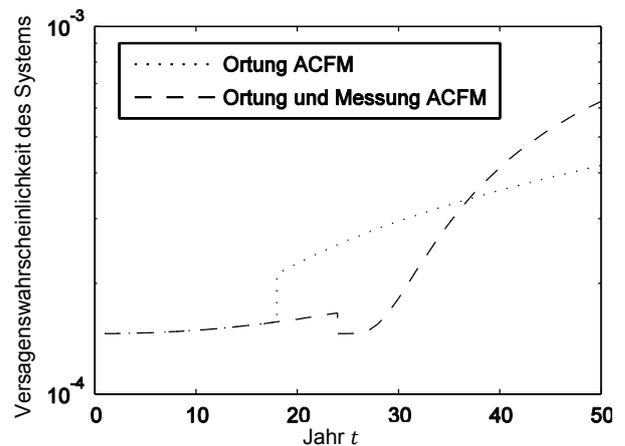
Die Adaption der Systemzuverlässigkeit durch Inspektionsdaten ist in Bild 9.33 dargestellt. Hierfür wurden die Adaption mittels der Inspektionsergebnisse an allen Hot Spots „Keine Ortung durch ACFM im Jahr 18“, „Mehrere keine Ortung durch ACFM“ und „Keine Ortung durch ACFM im Jahr 18 an 3 Hot

Spots“ durchgeführt (vgl. Abschnitt 9.5.6). Die Inspektionsereignisse haben in beiden Fällen einen signifikanten Einfluss auf die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems. Die Berücksichtigung mehrmaliger Nicht-Ortung führt dazu, dass die Systemversagenswahrscheinlichkeit sich nur wenig von der Systemversagenswahrscheinlichkeit des intakten Systems unterscheidet (vgl. Bild 9.32 und Bild 9.33 unter Beachtung der unterschiedlichen Skaleneinteilung der Vertikalachse). Die Durchführung und Berücksichtigung von Inspektionen an allen Hot Spots im Jahr 18 führt zu einem deutlichen Abfall der Wahrscheinlichkeit des Systemversagens. Werden hingegen nur 3 Hot Spots inspiziert (mit dem Ergebnis „Keine Ortung“) ist der Abfall deutlich geringer. Die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens verläuft mit der Zeit sehr nah an der Kurve des geschädigten Zustandes (vgl. Bild 9.32).



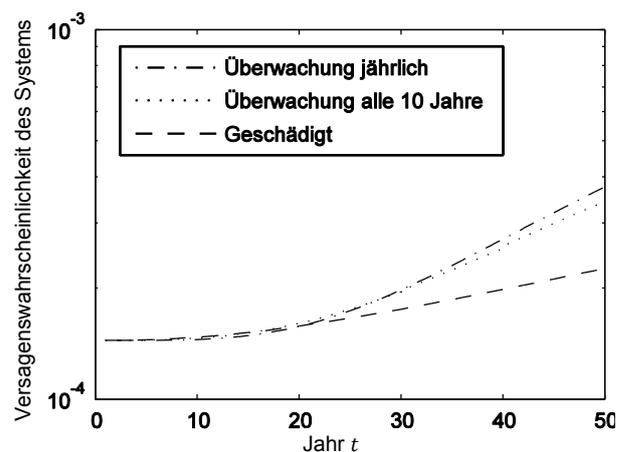
**Bild 9.33:** Versagenswahrscheinlichkeiten des geschädigten Systems im Intervall  $[0, t]$  unter Berücksichtigung der Inspektionsereignisse „Keine Ortung durch ACFM im Jahr 18“ und „Mehr-mals keine Ortung durch ACFM“.

Für den Fall der Ortung eines Risses durch ACFM im Jahr 18 (Bild 9.34, vgl. Abschnitt 9.5.7) steigt nach Berücksichtigung des Inspektionsereignisses und der Adaption die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems stark an. Wird im Jahr 24 der Lebensdauer ein Riss geortet und vermessen erfolgt ein Abfall der Systemversagenswahrscheinlichkeit gefolgt von einem relativ starken Anstieg in den Folgejahren. Die Erklärung liegt in der Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeiten im Grenzzustand der Ermüdung, was detailliert in Abschnitt 9.5.8 beschrieben ist.



**Bild 9.34:** Versagenswahrscheinlichkeiten des geschädigten Systems im Intervall  $[0, t]$  unter Berücksichtigung der Inspektionsereignisse „Ortung durch ACFM im Jahr 18“ und „Ortung und Messung durch ACFM im Jahr 24“.

Werden Überwachungsinformationen an allen Hot Spots berücksichtigt (Aktualisierung jährlich oder alle 10 Jahre - siehe Abschnitt 1.5.8), so wird die Systemzuverlässigkeit ebenfalls signifikant beeinflusst (Bild 9.35). Die höheren Versagenswahrscheinlichkeiten des Systems im Vergleich zum geschädigten Zustand ohne Überwachung werden durch den vergleichsweise hohen Wert gemessenen äquivalenten Spannungsschwingbreite  $\Delta S_{e,m}$  verursacht. Die anfangs etwas geringere Versagenswahrscheinlichkeit des Systems unter Berücksichtigung der Überwachungsinformationen wird durch die Reduktion der Unsicherheiten durch die Überwachung erzielt.



**Bild 9.35:** Versagenswahrscheinlichkeiten des geschädigten Systems im Intervall  $[0, t]$  unter Berücksichtigung von Überwachungsinformationen.

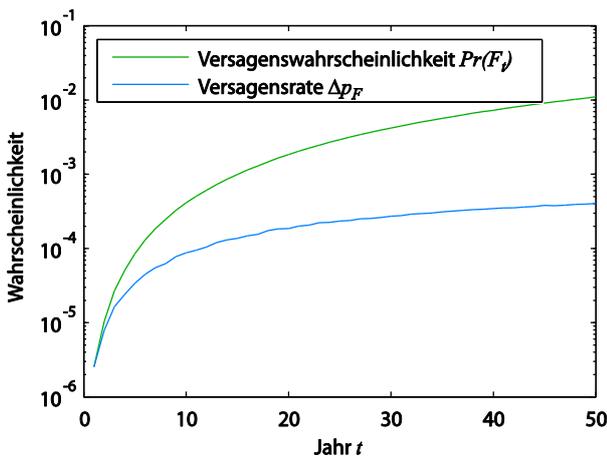
### 9.7 Möglichkeiten zur Planung und Optimierung von Maßnahmen

Auf der Basis der entwickelten und angewendeten Konzeption sowie dieser Fallstudie ist es möglich, Maßnahmen zu planen. Die Maßnahmen, welche im Rahmen dieser Fallstudie betrachte wurden, umfassen Inspektionen und Überwachungsmaßnahmen (vgl. Bild 1.1).

Die Grundlage für die Maßnahmenplanung sind zum einen die probabilistische Zustandsbewertung, d.h. die probabilistischen Schädigungsmechanismen und die probabilistischen Tragwerksmodelle, und zum anderen die entsprechenden Zielzuverlässigkeiten für Tragwerkselemente oder Tragwerksysteme.

In der vorliegenden Fallstudie wurde gezeigt, welchen Einfluss die Maßnahmen Inspektion (d.h. Ortung und Vermessung eines Ermüdungsrisses) und Überwachung auf die Zuverlässigkeit der Tragwerkselemente und eines Systems für den Schädigungsmechanismus Ermüdung sowie auf die Zuverlässigkeit des Tragwerkssystem haben. Somit können Maßnahmen unter Einhaltung der entsprechenden Zielzuverlässigkeiten geplant werden. Darüber hinaus ist es möglich, Maßnahmen hinsichtlich ihres Informationsgehaltes zu optimieren.

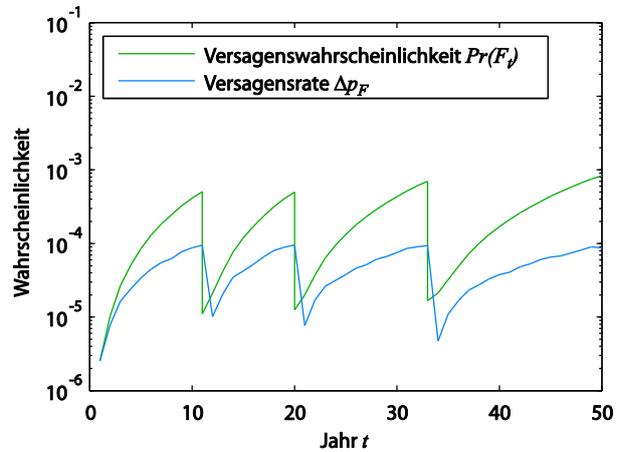
Beispielhaft ist für verschiedene jährliche Zielversagensraten eines Hot Spots die Inspektionsplanung dargestellt. Für eine jährliche Zielversagensrate  $\Delta p_F = 10^{-3}$  ist keine Inspektion während der Lebensdauer von 50 Jahren notwendig (Bild 9.36).



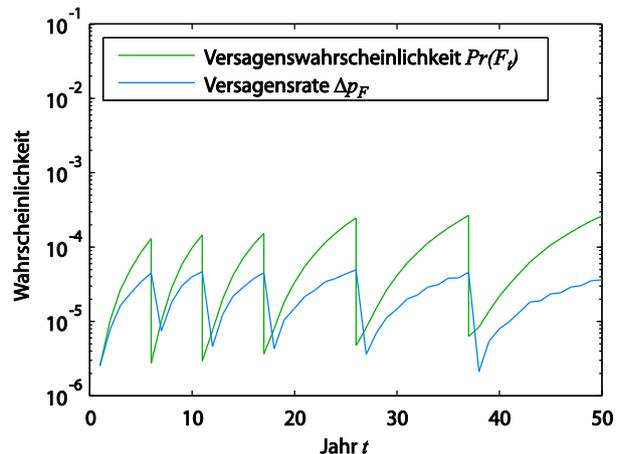
**Bild 9.36:** Versagenswahrscheinlichkeit und Versagensrate eines Hot Spots mit einer Zielversagensrate von  $\Delta p_F = 10^{-3}$ .

Die Ergebnisse für die Inspektionsplanung mit den Zielversagensraten  $\Delta p_F = 10^{-4}$  und  $\Delta p_F = 5 \times 10^{-5}$  sind in Bild 9.37 und Bild 9.38 dargestellt. Es

sind jeweils 3 bzw. 5 Inspektionen während der Lebensdauer erforderlich.



**Bild 9.37:** Versagenswahrscheinlichkeit und Versagensrate eines Hot Spots mit einer Zielversagensrate von  $\Delta p_F = 10^{-4}$ .



**Bild 9.38:** Versagenswahrscheinlichkeit und Versagensrate eines Hot Spots mit einer Zielversagensrate von  $\Delta p_F = 5 \times 10^{-5}$ .

## 10 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Mit diesem Bericht wurde eine umfassende Konzeption einer zuverlässigkeitsbasierten Zustandsbewertung von (intelligenten) Brückenbauwerken unter Berücksichtigung von Bauwerksinformationen (Bild 1.1) entwickelt und in zwei Fallstudien angewendet. In den Fallstudien, die eine Stahlbrücke und eine Betonbrücke beinhalten, wurde beispielhaft die Machbarkeit aufgezeigt.

Das zentrale Modell einer intelligenten Brücke (Bild 1.1) wurde für die Tragwerkselemente und das Sys-

tem Brücke unter Berücksichtigung der Abhängigkeiten entwickelt. Im Einzelnen beinhaltet das Modell der intelligenten Brücke:

- Eine probabilistische Modellierung der Schädigungsmechanismen
- Die explizite Modellierung der Abhängigkeiten zwischen den einzelnen räumlichen Elementen oder Tragwerkselementen
- Eine probabilistisches räumliches oder diskretes Systemmodell der Schädigungsmechanismen
- Verfahren zur Adaption der Bauwerks-Zustandsmodelle mit Informationen aus Inspektionen und Überwachungsmaßnahmen
- Ein probabilistisches Systemmodell im Grenzzustand der Tragfähigkeit
- Verfahren zur Adaption der Systemzuverlässigkeit basierend auf der Adaption der Zustandsmodelle

Die probabilistische Modellierung kann auf generische Weise geschehen. Dies bedeutet, dass die Modell-Parameter für eine spezifische Brücke anhand bekannter Kenngrößen (etwa Alter, Material, geometrische Größen) bestimmt werden können. Dies ermöglicht potentiell eine Anwendung der Verfahren auch für Portfolios mit einer großen Anzahl Brücken.

Für die Adaption der Modelle durch Bauwerksinformationen wurden verschiedene Konzepte aus der aktuellen Forschung erläutert und angewendet. Die Grundlage für die Adaption bildet dabei die stochastische Modellierung von Bauwerksinformationen entsprechend der räumlichen und zeitlichen Eigenschaften anhand einer entwickelten Klassifizierung. Im Einzelnen wurden folgende Aspekte berücksichtigt:

- Probabilistische Modellierung und Klassifizierung von Bauwerksinformation aus Inspektionen und Überwachungsmaßnahmen
- Zeitliche und räumliche Adaption der Parameter der Schädigungsmechanismen
- Zeitliche und räumliche Adaption des Systemmodells im Grenzzustand der Tragfähigkeit
- Adaption der Bauwerksinformationen für alle Elemente entsprechend der stochastischen Abhängigkeiten (Korrelationen)

Die entwickelte Konzeption wurde in zwei Fallstudien angewendet. Für die Fallstudie Betonbrücke wurde umfassend der Schädigungsmechanismus

Bewehrungskorrosion betrachtet und folgende Aspekte dargestellt:

- Probabilistische und räumliche Modellierung des Schädigungsmechanismus Bewehrungskorrosion
- Adaption des Schädigungsmechanismus durch Messung der Betonüberdeckung, Messung der Konzentration der Chloridionen, Messung der Potentialdifferenz zwischen Bewehrung und Betonoberfläche
- Adaption des Schädigungsmechanismus durch Überwachung mit Korrosionssensoren
- Adaption der Systemzuverlässigkeit in Bezug auf die Tragsicherheit

Die Fallstudie Stahlbrücke konzentriert sich auf die aktuelle Problematik von Ermüdungsrissen an orthotropen Platten. Dabei wurden folgende Aspekte dargestellt:

- Probabilistische Modellierung des Schädigungsmechanismus Ermüdung unter Berücksichtigung der Korrelation der einzelnen Hot Spots
- Adaption des Schädigungsmechanismus durch Inspektionen mit ACFM und visuelle Inspektion
- Adaption des Schädigungsmechanismus durch Überwachung mit Dehnmessstreifen
- Adaption der Systemzuverlässigkeit in Bezug auf die Tragfähigkeit

Die entwickelten Verfahren und Methoden erlauben es Maßnahmen (z.B. Inspektionen und Reparaturen) auf quantitativer Basis zu vergleichen und zu planen, auf Grundlage einer stetig aktualisierten Zuverlässigkeitsbewertung. Die Ergebnisse dieses Forschungsprojektes legen dabei eine methodische Grundlage, welche auf alle wesentlichen Schädigungsmechanismen und Elemente des Brückensystems erweitert werden kann.

## 11 Weiterer Forschungsbedarf

Die Ergebnisse des Forschungsprojektes zeigen detailliert das Prinzip der intelligenten Verwendung aller Informationen für eine adaptive, zuverlässigkeitsbasierte Beurteilung der Brücke. In den Fallstudien dieses Projektes wird dieser Sachverhalt für einzelne Schadensmechanismen illustriert. Es ist vonnöten, zu demonstrieren, wie diese Verfahren für eine größere Zahl von Schadenmechanismen entwickelt werden können. Dabei ist zu zeigen, wie mit Schadenmechanismen umgegangen werden

kann, für welche keine oder nur rudimentäre Schädigungsmodelle vorliegen, etwa Spannungsrisskorrosion. Im Prinzip können die dargestellten Methoden auch auf diese Schädigungen ausgeweitet werden. Allerdings ist dabei eine hohe Modellunsicherheit zu berücksichtigen.

Die Weiterentwicklung der Konzeption für die Anwendung sollte den Fokus auf die möglichst umfassende Zustandsbewertung eines Brückenbauwerks legen und zum Ziel haben auf den entsprechend des Bauwerksmanagementsystems angewendeten Verfahren aufzubauen. Die entwickelte Konzeption sollte somit durch weitere Forschungen und aufbauende Konzepte in Form eines Prototyps für die Anwendung weiterentwickelt werden. Der Prototyp sollte unter Berücksichtigung aller Projektergebnisse im Rahmen „Intelligente Brücke“ erstellt werden. Zusätzlich sollte die Möglichkeit geschaffen werden, die in der Konzeption entwickelten räumlichen Verfahren durch eine umfangreiche Datenbasis zu kalibrieren.

Auf die entwickelte Konzeption und Verfahren kann weiter aufgebaut werden. Insbesondere stellen die entwickelten Verfahren die Grundlage dar, auf welcher eine zuverlässigkeitsbasierte Maßnahmenplanung durchgeführt werden kann, d.h. der Vergleich verschiedener Maßnahmen und die Optimierung dieser Maßnahmen auch unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten. Die zuverlässigkeitsbasierte Maßnahmenplanung ermöglicht durch Festlegung einer Zielzuverlässigkeit die Planung von Maßnahmen unter Einhaltung eines des definierten Zuverlässigkeitsniveaus. Durch die Quantifizierung des Einflusses verschiedener Maßnahmen, wie z.B. von Inspektionsverfahren, Messverfahren oder Reparaturmaßnahmen, kann ein konsistenter Vergleich dieser Maßnahmen in Bezug auf die Zuverlässigkeit des Systems Brücke erfolgen. Auf der Grundlage des Systemmodells und durch Einbeziehung von Kosten dieser Maßnahmen und durch die Quantifizierung der Risiken kann eine zeitliche und räumliche Optimierung der Maßnahmen vorgenommen werden.

Wichtige Schädigungsmechanismen sollten durch Forschungen mit dem Ziel einer umfassenden probabilistischen Modellierung in Verbindung mit einer Systemanalyse, etwa nach (Borrmann *et al.*, 2012), weiterentwickelt werden. Die Systemmodelle sollten dahingehend weiterentwickelt werden, dass Systeme auf generische Weise so abgebildet werden können, so dass die Modelle viele Brückenbauwerke umfassen.

Ebenfalls fehlen zu den meisten Inspektions- und Überwachungsverfahren Verfahren, mit welchen die Genauigkeit der Inspektions- und Überwachungsverfahren bestimmt wird. Dies gilt auch für die visuellen Inspektionen, die im Rahmen von Bauwerksprüfungen durchgeführt werden. Insbesondere für sicherheitsrelevante Bauwerksprüfungen wäre es wichtig, deren Zuverlässigkeit genauer zu kennen.

Wie in den Fallstudien illustriert wurde, können Resultate aus Inspektionen und insbesondere Überwachungsverfahren nur dann ideal verwendet werden, wenn die räumlichen Korrelationen und Abhängigkeiten von Schädigungen korrekt erfasst werden. Nur damit können aus örtlich begrenzten Informationen Schlussfolgerungen für das ganze Bauwerk gezogen werden. Leider fehlen entsprechende Untersuchungen fast gänzlich. Hier besteht noch erheblicher Forschungsbedarf, welcher insbesondere für größere Bauwerke (auch Tunnels und Stützwände) relevant ist.

## Literatur

- Altamura, A. und Straub, D. (2012). Subset simulation for reliability estimation of mechanical components subjected to fatigue using the Forman-Mettu model. 6th International ASRANet Conference, London, UK.
- Ahrens, M. A. & Mark, P. (2011). Lebensdauersimulation von Betontragwerken - Stochastische Strukturberechnung über die Zeit am Beispiel einer gealterten Bogenbrücke. Beton- und Stahlbau, 106.
- Anderson, T. L. (2005). Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications, CRC Press.
- BASt (2005). Expertengespräch - Instandsetzung orthotroper Fahrbahnplatten. Brücken- und Ingenieurbau.
- BASt (2011). Instandsetzung und Verstärkung von Stahlbrücken unter Berücksichtigung des Belagsystems. Brücken- und Ingenieurbau. Heft B 76.
- Bensi, M., Der Kiureghian, A. & Straub, D. (2009). Bayesian network modeling of system performance, in 15th IFIP WG 7.5 Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems, April 7-10, Technische Universität München, pp. 1–8.
- Bokalrud, T. and Karlsen, A. (1981). Probabilistic fracture mechanics evaluation of fatigue failure

- from welded defects in butt weld joints. Conference on fitness for purpose validation of welded construction, London, UK.
- Borrmann, A., O. Fischer, G. Dori und M. Wild (2012). Intelligente Bauwerke – Konzeption eines modular aufgebauten Brückenmodells und Systemanalyse (FE 15.0538).
- BS 7910 (1999). Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures. BSI. UK.
- BS 7910 (2005). Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures. BSI. UK.
- Bucher, C. (1988), Adaptive sampling - an iterative fast Monte Carlo procedure. *Structural Safety* 5(2), pp. 1135–1142.
- Bucher, C. & Most, T. (2008). A comparison of approximate response functions in structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 23, 154-163.
- Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung (2007). Richtlinie zur einheitlichen Erfassung, Bewertung, Aufzeichnung und Auswertung von Ergebnissen der Bauwerksprüfungen nach DIN 1076 (RI-EBW-PRÜF), RI-EBW-PRÜF.
- Catbas, F.N., Susoy, M. & Frangopol, D.M. (2008). Structural health monitoring and reliability estimation: Long span truss bridge application with environmental monitoring data. *Engineering Structures*, 30, 2347-2359.
- Chryssanthopoulos, M.K. & Righiniotis, T.D. (2006). Fatigue reliability of welded steel structures. *Journal of Constructional Steel Research* 62: 1199–1209.
- DIN 1055-100 (2001). Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, In: Deutsches Institut für Normung (ed.) Beuth Verlag, Berlin.
- DIN EN 1990 (2010). Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung. In: Deutsches Institut für Normung (ed.). Berlin: Beuth Verlag.
- DIN EN 1991-2 (2003). Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken. Deutsches Institut für Normung. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN EN 1993-1-9 (2010). Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-9: Ermüdung. In: Deutsches Institut für Normung (ed.). Berlin: Beuth Verlag.
- DIN-Fachbericht 102 (2003). Betonbrücken. Deutsches Institut für Normung. Berlin, Beuth Verlag.
- DIN-Fachbericht 103 (2003). Stahlbrücken. Deutsches Institut für Normung. Berlin, Beuth Verlag.
- Ditlevsen, O. (1979). Narrow reliability bounds for structural systems. *Journal of Structural Mechanics*, 7, 453-472.
- DNV-RP-C203 (2010). Fatigue Design of Offshore Steel Structures. Det Norske Veritas.
- Engelund, S. & Rackwitz, R. (1992), Comparison of Some Importance Sampling Techniques in Structural Reliability. 6th ASCE Specialty Conference Probabilistic Mechanics and Structural and Geotechnical Reliability, ed Y.K. Lin, pp. 108–111.
- Engelund, S. & Rackwitz, R. (1993), A Benchmark Study on Importance Sampling Techniques in Structural Reliability, *Structural Safety*, pp. 255–276.
- Engelund, S. und Sørensen J.D. (1998). A probabilistic model for chloride-ingress and initiation of corrosion in reinforced concrete structures. *Structural Safety*. 20 (1998). pp. 69-89.
- Enright, M. P., et al. (2006). Application of Probabilistic Fracture Mechanics to Prognosis of Aircraft Engine Components. *AIAA JOURNAL* 44(No. 2).
- Faber, M.H., Sørensen, J.D., Tychsen, J. & Straub, D. (2005). Field Implementation of RBI for Jacket Structures. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 127, 220-226.
- fib Model Code (2010). First complete draft. In: The International Federation for Structural Concrete (FIB – Fédération Internationale Du Béton). Switzerland.
- Fischer, J. & Straub, D. (2011). Reliability Assessment of Corroding Reinforced Concrete Slabs with Inspection Data. 9<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop, Braunschweig, Germany, pp. 150–160.
- Folsø, R., Otto, S. and Parmentier, G. (2002). Reliability-based calibration of fatigue design guidelines for ship structures. *Marine Structures* 15(6): 627-651.
- Gehlen, C. (2000), Probabilistische Lebensdauerbemessung von Stahlbetonbauwerken. *Zuverlässigkeit*.

- lässigkeitsbetrachtungen zur wirksamen Vermeidung von Bewehrungskorrosion, Beuth, Berlin.
- Greve-Dierfeld, S. & Gehlen, C. (2010), Optimierte Zustandsprognose durch kombinierte Verfahren. Beton- und Stahlbetonbau, vol. 2010, 105, Heft 5.
- Gurney, T.R. (1978). An analysis of some recent fatigue crack propagation data for steels subjected to pulsating tension loading. Report 1978E, UK: The Welding Institute TWI.
- Haardt, P. (1999), Algorithmen zur Zustandsbewertung von Ingenieurbauwerken. Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen, Brücken- und Ingenieurbau, H. 22, stWirtschaftsverlag NW, Verlag für neue Wissenschaft GmbH, Bremerhaven.
- Hong, H.P. (1997). Reliability analysis with nondestructive inspection. *Structural Safety* 19(4): 383-395.
- HSE (2002). Target levels for reliability-based assessment of offshore structures during design and operation. Offshore Technology Report. 1999/060.
- Isaacson, D.L. & Madsen, R.W. (1976). Markov chains. Theory and applications, Wiley, New York.
- ISO 2008. Part 3: Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM:1995). ISO/IEC Guide 98-3.
- Jensen, F. & Nielsen, T. (2007). Bayesian Networks and Decision Graphs, Springer.
- JCSS (2001). Probabilistic Assessment of Existing Structures, RILEM Publications S.A.R.L.
- JCSS (2006). Probabilistic Model Code. JCSS Joint Committee on Structural Safety.
- Jong, P. (2005). Analysis and Improvement of Existing Deck Structures with Particular Attention for Deck Plate Cracks and Stiffener to Deck Connections.
- Keil, S. (1995). Beanspruchungsermittlung mit Dehnungsmessstreifen, Cuneus.
- Keßler, S., Fischer, J., Straub, D. & Gehlen, C. (2012). Updating of service life prediction of reinforced concrete structures with potential mapping. ICDC 2012.
- Kwon, K. and D. M. Frangopol (2010). Bridge fatigue reliability assessment using probability density functions of equivalent stress range based on field monitoring data. *International Journal of Fatigue* 32.
- Landesbetrieb Straßenbau NRW (2011). Bauwerksbuch nach DIN 1076, A1/A30 "AK Lotte – Osnabrück", Teilbauwerk 3713766, km 64,51.
- Lassen, T. (1991). Markov modelling of the fatigue damage in welded structures under in-service inspection. *International Journal of Fatigue* 13(5): 417-422.
- Lassen, T. (1997). Experimental Investigation and Stochastic Modelling of the Fatigue Behaviour of Welded Steel Joints. Aalborg: Dept. of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University.
- Lassen, T. and Recho, N. (2006). Fatigue Life Analyses of Welded Structures. London, ISTE Ltd.
- Lassen, T. and Sørensen, J. D. (2002). A probabilistic damage tolerance concept for welded joints. Part 1: data base and stochastic modelling. *Marine Structures* 15: 599-613.
- Lee, Y.-J. & Song, J. (2011a). Risk analysis of fatigue-induced sequential failures by Branch-and-Bound method employing system reliability bounds. *Journal of Engineering Mechanics*.
- Lee, Y.-J. & Song, J. (2011b). Risk quantification of fatigue-induced sequential failures by Branch-and-Bound method employing reliability bounds. In: FABER, KÖHLER & NISHIJIMA, eds. 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP11), August 1-4, 2011, Zurich, Switzerland.
- Lentz, A. (2001). Potentialmessungen zur Unterhaltsplanung bei Stahlbetonbauwerken. Diplomarbeit, Zürich, CH.
- Lentz, A., Faber, M.H. & Johnsen, T.H. (2002). Half-Cell Potential Measurements for Condition Assessment. First International Conference on Bridge; IABMAS 2002.
- Li, Y. (2004). Effect of spatial variability on maintenance and repair decisions for concrete structures. Dissertation, Delft University of Technology.
- Lingemann, J. (2010). Zum Ankündigungsverhalten von älteren Brückenbauwerken bei Spannstahlausfällen infolge von Spannungsrisskorrosion, Dissertation, Technische Universität München, 2010.

- Liu, M., et al. (2010). Fatigue reliability assessment of retrofitted steel bridges integrating monitored data. *Structural Safety* 32(1): 77-89.
- Madsen, H.O. (1997). Stochastic modeling of fatigue crack growth and inspection. *Probabilistic Methods for Structural Design*. C. G. Soares. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands: 59-83.
- Madsen, H.O., Krenk, S. and Lind, N.C. (1986). *Methods of Structural Safety*, Prentice Hall.
- Maes, M.A., Wei, X., Dilger, W.H. (2001). Fatigue Reliability of deteriorating prestressed concrete bridges due to stress corrosion cracking. *Canada Journal of Civil Engineering*, Vol. 28, 2001.
- Malioka, V. (2008), Condition Indicators for the Assessment of Local and Spatial Deterioration of Concrete Structures. Dissertation, Zürich, CH.
- Melchers, R. (2001). *Structural Reliability Analysis and Prediction*, Wiley.
- Moan, T., Vardal, O.T., Hellevig, N.C. and Skjoldli, K. (2000). Initial crack depth and PoD values inferred from in-service observations of cracks in North Sea jackets. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* 122: 157-162.
- Moan, T. and Song, R. (2000). Implications of Inspection Updating on System Fatigue Reliability of Offshore Structures. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* 122(3): 173-180.
- Most, T., Bucher, C. & Schorling, Y. (2004). Dynamic stability analysis of non-linear structures with geometrical imperfections under random loading. *Journal of Sound and Vibration*, 276, 381-400.
- Naess, A., Leira, B. J. & Batsevych, O. (2009). System reliability analysis by enhanced Monte Carlo simulation. *Structural Safety*, 31, 349-355.
- Naess, A., Leira, B. J. & Batsevych, O. (2010). Efficient reliability analysis of structural systems with a high number of limit states. OMAE 2010. Shanghai, China.
- Nielsen, J.J., Sørensen, J.D. (2011). Risk-based operation and maintenance of offshore wind turbines using Bayesian Networks, 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP), 2011.
- Niemi, E., Fricke, W. and Maddox, S.J. (2006). *Fatigue Analysis of Welded Components*, Woodhead Publishing Limited.
- Paik, J. K. and Thayamballi, A. K. (2007). *Ship-Shaped Offshore Installations - Design, Building, and Operation*. New York, USA, Cambridge University Press.
- Paris, P.C. and Erdogan, F.A. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering* 85: 528-534.
- Rackwitz, R. (2002). Zuverlässigkeit und Lasten im konstruktiven Ingenieurbau. Teil I: Zuverlässigkeitstheoretische Grundlagen. Vorlesungsautographie, TU München.
- Råde, L., Westergren, B. and Vachenauer, P. (2000). *Springers Mathematische Formeln: Taschenbuch für Ingenieure, Naturwissenschaftler, Informatiker, Wirtschaftswissenschaftler*, Springer.
- Rücker, W., et al. (2005). Guideline for the assessment of existing structures. 5th International Conference on Bridge Management, Inspection, Maintenance, Assessment and Repair, Guilford, UK, Thomas Telford Publishing.
- Rücker, W., et al. (2006). Guideline for the assessment of existing structures. SAMCO.
- Scheer, J. (2010). *Failed Bridges - Case Studies, Causes and Consequences*, Ernst & Sohn; Germany.
- Schickert, G. et al. (2004). *ZfPBau-Kompendium: Verfahren der Zerstörungsfreien Prüfung im Bauwesen*. BAM Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, Berlin.
- Schießl, P.; Mayer, T. (2007). *Lebensdauermanagementsystem – Teilprojekt A2. Schlussberichte zur ersten Phase des DAFStb/BMBF-Verbundforschungsvorhabens „Nachhaltig Bauen mit Beton“*, DAFStb-Heft 572.
- Schnetgöke, R., Klinzmann, C. & Hosser, D. (2006). Zuverlässigkeitsorientierte Bewertung von Bauwerken auf Grundlage der Bauwerksüberwachung. *Beton- und Stahlbetonbau*, 101, 585-595.
- Singh, R. (2000). Three Decades of NDI Reliability Assessment. Report No. Karta-3510-99-01. Submitted to AF NDI Office, Contract F41608-99-C-0404.

- Straub, D. (2002). Probabilistic Modeling of Non-Destructive Testing of Steel Structures. 4th International Ph.D Symposium in Civil Engineering. Munich.
- Straub, D. (2004). Generic approaches to risk based inspection planning for steel structures. Zugl.: Diss., vdf Hochsch.-Verl. an der ETH Zürich, Zürich.
- Straub, D. and Faber, M.H. (2005). Risk Based Acceptance Criteria for Joints Subject to Fatigue Deterioration. *Journal Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Trans. ASME 127(2): 150-157.
- Straub D. (2009a). Stochastic Modeling of Deterioration Processes through Dynamic Bayesian Networks. *Journal of Engineering Mechanics*, Trans. ASCE, 135(10): 1089-1099.
- Straub D. (2009b). An efficient computational framework for probabilistic deterioration modeling and reliability updating. Proc. ICOSAR 2009, Osaka, Japan.
- Straub, D. (2010). Zuverlässigkeit und Lastannahmen. Vorlesungsautographie, TU München.
- Straub, D. & Der Kiureghian, A. (2011). Reliability Acceptance Criteria for Deteriorating Elements of Structural Systems. *Journal of Structural Engineering*.
- Straub, D. (2010a). Lecture Notes in Engineering Risk Analysis. Part I. Vorlesungsautographie, TU München.
- Straub, D. (2010b). Structural Reliability. Vorlesungsautographie, TU München.
- Straub, D. (2011a). Reliability updating with inspection and monitoring data in deteriorating reinforced concrete slabs. 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, Proceedings, eds MH Faber, J Köhler & K Nishijima, Zurich, Switzerland.
- Straub, D. (2011b). Lecture Notes in Engineering Risk Analysis, Part II. Vorlesungsautographie. Juli 2011, Technische Universität München.
- Straub, D. (2011c). Reliability updating with equality information. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 26(2): 254–8.
- Straub, D. and A. Der Kiureghian (2011d). Reliability Acceptance Criteria for Deteriorating Elements of Structural Systems. *Journal of Structural Engineering*, 137(12): 1573–1582.
- Straub D. (2012). Engineering Risk Assessment. Zu erscheinen in: *Risk - A Multidisciplinary Perspective* (eds. Klüppelberg, Straub, Weppe).
- Thoft-Christensen, P. & Baker, M.J. (1982), *Structural Reliability Theory and its Applications*, Springer, Berlin.
- Thöns, S. (2011). Monitoring-Based Condition Assessment of Offshore Wind Turbine Support Structures. Dissertation, ETH Zürich, CH.
- Vanmarcke, E.H. (1983). *Random Fields. Analysis and Synthesis*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Visser Consultancy Limited (2000). POD/POS curves for non-destructive examination. Offshore technology report. Offshore Technology Report 2000/018.
- Zilch, K., Straub, D., Dier, F. & Fischer, J. (2011). Entwicklung von Verfahren einer zuverlässigkeitsbasierten Bauwerksprüfung (FE 88.0002/2009). Beauftragt und gefördert durch die Bundesanstalt für Straßenwesen.
- Zilch, K. & Zehetmaier, G. (2010). Bemessung im konstruktiven Betonbau nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN 1992-1-1 (Eurocode 2), Berlin Heidelberg, Springer Verlag.

## Schriftenreihe

### Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen

#### Unterreihe „Brücken- und Ingenieurbau“

## 2004

B 45: Erfahrungssammlungen: Stahlbrücken – Schäden – wetterfeste Stähle Seile

Teil 1: Dokumentation über Schäden an Stahlbrücken

Teil 2: Dokumentation und Erfahrungssammlung mit Brücken aus wetterfesten Stählen

Teil 3: Erfahrungssammlung über die Dauerhaftigkeit von Brückenseilen und -kabeln

Hemmert-Halswick € 13,00

B 46: Einsatzbereiche endgültiger Spritzbetonkonstruktionen im Tunnelbau

Heimbecher, Decker, Faust € 12,50

## 2005

B 47: Gussasphaltbeläge auf Stahlbrücken

Steinauer, Scharnigg € 13,50

## 2006

B 48: Scannende Verfahren der zerstörungsfreien Prüfung von Brückenbauwerken

Holst, Streicher, Gardei, Kohl, Wöstmann, Wiggenhauser € 15,00

B 49: Einfluss der Betonoberflächenvorbereitung auf die Haftung von Epoxidharz

Raupach, Rößler € 13,50

B 50: Entwicklung eines Bauwerks-Management-Systems für das deutsche Fernstraßennetz, Stufe 3

Holst € 13,50

B 51: Hydrophobierungsqualität von flüssigen und pastösen Hydrophobierungsmitteln

Panzer, Hörner, Kropf € 12,50

B 52: Brückenseile mit Galfan-Überzug – Untersuchung der Haftfestigkeit von Grundbeschichtungen

Friedrich, Staack € 14,50

B 53: Verwendung von selbstverdichtendem Beton (SVB) im Brücken- und Ingenieurbau an Bundesfernstraßen

Tauscher € 14,50

B 54: Nachweis des Erfolges von Injektionsmaßnahmen zur Mängelbeseitigung bei Minderdicken von Tunnelinnenschalen

Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden.

Rath, Berthold, Lähner € 12,50

## 2007

B 55: Überprüfung des Georadarverfahrens in Kombination mit magnetischen Verfahren zur Zustandsbewertung von Brückenfahrbahnplatten aus Beton mit Belagsaufbau

Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden.

Krause, Rath, Sawade, Dumat € 14,50

B 56: Entwicklung eines Prüfverfahrens für Beton in der Expositions-kategorie XF2

Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden.

Setzer, Keck, Palecki, Schießl, Brandes € 19,50

B 57: Brandversuche in Straßentunneln – Vereinheitlichung der Durchführung und Auswertung

Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden.

Steinauer, Mayer, Kündig € 26,50

B 58: Quantitative Risikoanalysen für Straßentunnel

Sistenich € 14,50

## 2008

B 59: Bandverzinkte Schutzplankenholme

Schröder € 12,50

B 60: Instandhaltung des Korrosionsschutzes durch Teilerneuerung – Bewährung

Schröder € 13,50

B 61: Untersuchung von Korrosion an Fußplatten von Schutzplankenpfosten

Schröder, Staack € 13,00

B 62: Bewährungsnachweis von Fugenfüllungen ohne Unterfüllstoff Eilers

Eilers € 12,00

B 63: Selbstverdichtender Beton (SVB) im Straßentunnelbau

Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden.

Heunisch, Hoepfner, Pierson (†), Dehn, Orgass, Sint € 17,50

B 64: Tiefenabhängige Feuchte- und Temperaturmessung an einer Brückenkappe der Expositions-kategorie XF4

Brameshuber, Spörel, Warkus € 12,50

## 2009

B 65: Zerstörungsfreie Untersuchungen am Brückenbauwerk A1 Hagen/Schwerte

Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden.

Friese, Taffe, Wöstmann, Zoega € 14,50

B 66: Bewertung der Sicherheit von Straßentunneln

Zulauf, Locher, Steinauer, Mayer, Zimmermann, Baltzer, Riepe, Kündig € 14,00

B 67: Brandkurven für den baulichen Brandschutz von Straßentunneln

Blosfeld € 17,50

B 68: Auswirkungen des Schwerlastverkehrs auf die Brücken der Bundesfernstraßen – Teile 1-4

Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden.

Kaschner, Buschmeyer, Schnellenbach-Held, Lubasch, Grünberg, Hansen, Liebig, Geißler € 29,50

B 69: Berücksichtigung der Belange behinderter Personen bei Ausstattung und Betrieb von Straßentunneln

Wagener, Grossmann, Hintzke, Sieger € 18,50

B 70: Frost-Tausalz-Widerstand von Beton in Brücken und Ingenieurbauwerken an Bundesfernstraßen

Tauscher € 14,50

## 2010

B 71: Empfehlungen für geschweißte KK-Knoten im Straßenbrückenbau

Kuhlmann, Euler € 22,50

B 72: Untersuchungen zur Dauerhaftigkeit von permanenten Anti-Graffiti-Systemen

Weschpennig, Kropf, von Witzhausen € 13,50

**B 73: Brand- und Abplatzverhalten von Faserbeton in Straßentunneln**  
Dehn, Nause, Juknat, Orgass, König  
Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden. € 21,00

**B 74: Verwendung von Anti-Graffiti-Systemen auf Mauerwerk**  
Müller € 14,00

**B 75: Sachstand Verstärkungsverfahren – Verstärken von Betonbrücken im Bestand**  
Schnellenbach-Held, Peeters, Scherbaum € 13,50

## 2011

**B 76: Instandsetzung und Verstärkung von Stahlbrücken unter Berücksichtigung des Belagssystems**  
Sedlacek, Paschen, Feldmann, Geßler, Möller, Steinauer, Scharnigg € 17,00

**B 77: Anpassung von DIN-Fachberichten „Brücken“ an Eurocodes**  
Teil 1: DIN-FB 101 „Einwirkung auf Brücken“  
Teil 2: DIN-FB 102 „Betonbrücken“  
Teil 3: DIN-FB 103 „Stahlbrücken“  
Teil 4: DIN-FB 104 „Verbundbrücken“  
Freundt, Böning, Maurer, Arnold, Gedwien, Müller, Schrick, Tappe, Kuhlmann, Rasche, Froschmeier, Euler, Hanswille, Brauer, Bergmann  
Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden. € 29,50

**B 78: Bemessung von Wellstahlbauwerken – Vergleich nach den bisherigen und den neuen Richtlinien**  
Kuhlmann, Günther, Krauss  
Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden. € 18,50

**B 79: Untersuchungen zur Querkraftbemessung von Spannbetonbalken mit girlandenförmiger Spannliedführung**  
Maurer, Kiziltan, Zilch, Dunkelberg, Fitik  
Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann kostenpflichtig unter [www.nw-verlag.de](http://www.nw-verlag.de) heruntergeladen werden. € 15,50

**B 80: Lautsprecheranlagen und akustische Signalisierung in Straßentunneln**  
Mayer, Reimann, Löwer, Brettschneider, Los € 16,00

**B 81: Quantifizierung der Lebensdauer von Betonbrücken mit den Methoden der Systemanalyse**  
Müller, Vogel, Neumann € 14,50

**B 82: Verkehrslastmodelle für die Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand**  
Freundt, Böning € 16,00

**B 83: Konzeption zur Nachrechnung bestehender Straßenbrücken**  
Maurer, Kolodziejczyk, Zilch, Dunkelberg € 16,00

**B 84: Prüfung des Frost-Tausalz-Widerstandes von Beton mit dem modifizierten CDF-Verfahren (XF2)**  
Gehlen, Lowke, Milachowski € 15,00

**B 85: Entwicklung von Verfahren einer zuverlässigkeitsbasierten Bauwerksprüfung**  
Zilch, Straub, Dier, Fischer € 19,50

**B 86: Untersuchungen an Bauwerken aus hochfesten Beton**  
Nguyen, Freitag € 13,50

## 2012

**B 87: Vermeidung von Glättebildung auf Brücken durch die Nutzung von Geothermie**  
Feldmann, Döring, Hellberg, Kuhnhenne, Pak, Mangerig, Beucher, Hess, Steinauer, Kemper, Scharnigg € 17,00

**B 88: Anpralllasten an Schutzeinrichtungen auf Brücken – Anpassung der DIN-Fachberichte „Stahlbrücken“ und „Verbundbrücken“ an endgültige Eurocodes und nationale Anhänge einschließlich Vergleichsrechnungen**  
Kuhlmann, Zizza, Günther € 15,50

**B 89: Nachrechnung von Betonbrücken zur Bewertung der Tragfähigkeit bestehender Bauwerke**  
Maurer, Heeke, Kiziltan, Kolodziejczyk, Zilch, Dunkelberg, Fitik € 19,50

**B 90: Fugenbewegung an der Ruhrtalbrücke Mintard**  
Eilers, Quaas, Staeck € 14,00

## 2013

**B 91: Priorisierung und Nachrechnung von Brücken im Bereich der Bundesfernstraßen – Einfluss der Einwirkungen aus Verkehr unter besonderer Berücksichtigung von Restnutzungsdauer und Verkehrsentwicklung**  
Freundt, Böning € 15,00

**B 92: Kriterien für die Anwendung von unbewehrten Innenschalen für Straßentunnel**  
Kaundinya € 14,00

**B 93: Querkrafttragfähigkeit von Fahrbahnplatten – Anpassung des DIN-Fachberichtes „Betonbrücken“ an die endgültige Eurocodes und nationale Anhänge einschließlich Vergleichsrechnungen**  
Hegger, Reißen € 17,50

**B 94: Baulicher Brandschutz für Tunnel in offener Bauweise – Rechnerischer Nachweis**  
Peter, Knief, Schreyer, Piazzola  
Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann unter <http://bast.opus.hbz-nrw.de/> heruntergeladen werden.

**B 95: Erfahrungen mit selbstverdichtendem und hochfestem Beton im Brücken- und Ingenieurbau an Bundesfernstraßen**  
Tauscher € 17,00

**B 96: Geothermischen Anlagen bei Grund- und Tunnelbauwerken**  
Adam € 17,00

**B 97: Einfluss der veränderten Verkehrsführung bei Ertüchtigungsmaßnahmen auf die Bauwerksbeanspruchungen**  
Freundt, Böning € 15,00

## 2014

**B 98: Brückseile – Gegenüberstellung von vollverschlossenen Seilen und Litzenbündelseilen**  
Friedrich  
Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann unter <http://bast.opus.hbz-nrw.de/> heruntergeladen werden.

**B 99: Intelligente Brücke – Zuverlässigkeitsbasierte Bewertung von Brückenbauwerken unter Berücksichtigung von Inspektions- und Überwachungsergebnissen**  
Fischer, Schneider, Thöns, Rücker, Straub  
Dieser Bericht liegt nur in digitaler Form vor und kann unter <http://bast.opus.hbz-nrw.de/> heruntergeladen werden.

Alle Berichte sind zu beziehen im:

Carl Schünemann Verlag GmbH  
Zweite Schlachtpforte 7  
28195 Bremen  
Tel. (0421) 3 69 03-53  
Fax (0421) 3 69 03-48  
[www.schuenemann-verlag.de](http://www.schuenemann-verlag.de)

Dort ist auch ein Kompletverzeichnis erhältlich.